



NextFEM Designer
Validazione del calcolo di ponteggi e
delle verifiche

Versione 1.7

© NextFEM 2015-2021

Indice

Capitolo 1 Introduzione.....	4
Riferimenti normativi.....	4
Capitolo 2 Validazione del calcolo.....	5
Tipo di analisi svolta.....	6
Analisi statiche.....	6
Origine e caratteristiche dei codici di calcolo.....	7
Affidabilità e validazione dei codici.....	8
Caso 1.....	8
Caso 2.....	15
Caso 2a.....	15
Caso 2b.....	21
Caso 3.....	26
Caso 4.....	28
Caso 5.....	32
Caso 6.....	35
Capitolo 3 Verifiche per ponteggi in acciaio.....	41
Simboli utilizzati.....	41
Elenco verifiche.....	41
Valutazione della classe della sezione.....	42
Trazione/compressione (Assiale).....	42
Taglio semplice (Taglio).....	43
Flessione semplice (con interazione taglio/momento) (Flessione).....	43
Tensoflessione biassiale (Tensoflessione_biax) e Pressoflessione con instabilità (Pressoflessione_inst).....	43
Flesso-torsione (Flesso_torsione).....	43
Flesso-torsione combinata (Flessotors_comb).....	44
Verifiche di deformabilità.....	44
Verifiche dei giunti.....	44
Allegato 1 – Esempio di verifica acciaio.....	46
Capitolo 4 Verifiche per ponteggi in alluminio.....	55
Simboli utilizzati.....	55
Elenco verifiche.....	55
Valutazione della classe della sezione.....	56
Trazione/compressione (Assiale).....	57
Taglio semplice (Taglio).....	57
Flessione semplice (con interazione taglio/momento) (Flessione).....	57
Pressoflessione biassiale (Pressoflessione_inst) e tensoflessione biassiale (TensoFlessione_biax).....	57
Flesso-torsione (Flesso_torsione).....	58
Flesso-torsione combinata (Flessotors_comb).....	58

Verifiche di deformabilità.....	58
Verifiche dei giunti	59
Allegato 2 – Esempio di verifica alluminio	60

Capitolo 1

Introduzione

Come richiesto dal D.M. 17/01/2018 **“Norme tecniche per le costruzioni”** al paragrafo 10.2, ogni progettista strutturale deve verificare l’affidabilità del codice di calcolo utilizzato e allegare alla relazione di calcolo tali valutazioni.

Nel secondo paragrafo verrà presentata la validazione del programma di calcolo seguendo le indicazioni delle norme di riferimento, elencati in seguito.

Nel terzo paragrafo saranno presentate le relazioni e le formule utilizzate per la verifica di membrature in acciaio, con ulteriore riferimento alle strutture di ponteggi e palchi.

Il presente documento si applica solamente alle analisi lineari (statiche e dinamiche) condotte con *NextFEM Designer* e con il solutore predefinito (*OOFEM*).

Riferimenti normativi

I seguenti riferimenti normativi sono stati utilizzati:

1. D.M. 17/01/2018, Norme tecniche per le costruzioni, in seguito indicato con NTC2018
2. Circolare n. 7 del 21/01/2019 Istruzioni per l’applicazione delle **“Nuove norme tecniche per le costruzioni”**
3. UNI EN 12811-1 Ponteggi – requisiti prestazioni e progettazione generale.

Capitolo 2

Validazione del calcolo

Nel presente paragrafo sono presentate le motivazioni a tutti i requisiti della normativa NTC2018 relativi alla validazione del programma di calcolo utilizzato.

Si riporta un estratto dalla NTC2018 del paragrafo 10.2.

"10.2 ANALISI E VERIFICHE SVOLTE CON L'AUSILIO DI CODICI DI CALCOLO

Qualora l'analisi strutturale e le relative verifiche siano condotte con l'ausilio di codici di calcolo automatico, il progettista dovrà controllare l'affidabilità dei codici utilizzati e verificare l'attendibilità dei risultati ottenuti, curando nel contempo che la presentazione dei risultati stessi sia tale da garantirne la leggibilità, la corretta interpretazione e la riproducibilità. In particolare nella Relazione di calcolo si devono fornire le seguenti indicazioni:

- *Tipo di analisi svolta*
Occorre preliminarmente:
 - dichiarare il tipo di analisi strutturale condotta (di tipo statico o dinamico, lineare o non lineare) e le sue motivazioni;
 - indicare il metodo adottato per la risoluzione del problema strutturale e le metodologie seguite per la verifica o per il progetto-verifica delle sezioni.
 - indicare chiaramente le combinazioni di carico adottate e, nel caso di calcoli non lineari, i percorsi di carico seguiti. In ogni caso va motivato l'impiego delle combinazioni o dei percorsi di carico adottati, in specie con riguardo alla effettiva esaustività delle configurazioni studiate per la struttura in esame.
- *Origine e Caratteristiche dei Codici di Calcolo*
Occorre indicare con precisione l'origine e le caratteristiche dei codici di calcolo utilizzati riportando titolo, autore, produttore, eventuale distributore, versione, estremi della licenza d'uso o di altra forma di autorizzazione all'uso.
- *Affidabilità dei codici utilizzati*
Il progettista dovrà esaminare preliminarmente la documentazione a corredo del software per valutarne l'affidabilità e soprattutto l'idoneità al caso specifico. La documentazione, che sarà fornita dal produttore o dal distributore del software, dovrà contenere una esauriente descrizione delle basi teoriche e degli algoritmi impiegati, l'individuazione dei campi d'impiego, nonché casi prova interamente risolti e commentati, per i quali dovranno essere forniti i file di input necessari a riprodurre l'elaborazione.
- *Validazione dei codici.*
Nel caso in cui si renda necessaria una validazione indipendente del calcolo strutturale o comunque nel caso di opere di particolare importanza, i calcoli più importanti devono essere eseguiti nuovamente da soggetto diverso da quello originario mediante programmi di calcolo diversi da quelli usati originariamente e ciò al fine di eseguire un effettivo controllo incrociato sui risultati delle elaborazioni.
- *Modalità di presentazione dei risultati.*
La quantità di informazioni che usualmente accompagna l'utilizzo di procedure di calcolo automatico richiede un'attenzione particolare alle modalità di presentazione dei risultati, in modo che questi riassumano, in una sintesi completa ed efficace, il comportamento della struttura per quel particolare tipo di analisi sviluppata.

L'esito di ogni elaborazione deve essere sintetizzato in disegni e schemi grafici contenenti, almeno per le parti più sollecitate della struttura, le configurazioni deformate, la rappresentazione grafica delle principali caratteristiche di sollecitazione o delle componenti degli sforzi, i diagrammi di inviluppo associati alle combinazioni dei carichi considerate, gli schemi grafici con la rappresentazione dei carichi applicati e delle corrispondenti reazioni vincolari.

Di tali grandezze, unitamente ai diagrammi ed agli schemi grafici, vanno chiaramente evidenziati le convenzioni sui segni, i valori numerici e le unità di misura di questi nei

punti o nelle sezioni significative ai fini della valutazione del comportamento complessivo della struttura, i valori numerici necessari ai fini delle verifiche di misura della sicurezza.

- *Informazioni generali sull'elaborazione.*

A valle dell'esposizione dei risultati vanno riportate anche informazioni generali riguardanti l'esame ed i controlli svolti sui risultati ed una valutazione complessiva dell'elaborazione dal punto di vista del corretto comportamento del modello.

- *Giudizio motivato di accettabilità dei risultati.*

Spetta al progettista il compito di sottoporre i risultati delle elaborazioni a controlli che ne comprovino l'attendibilità.

Tale valutazione consisterà nel confronto con i risultati di semplici calcoli, anche di larga massima, eseguiti con metodi tradizionali e adottati, ad esempio, in fase di primo proporzionamento della struttura. Inoltre, sulla base di considerazioni riguardanti gli stati tensionali e deformativi determinati, valuterà la consistenza delle scelte operate in sede di schematizzazione e di modellazione della struttura e delle azioni.

Nella relazione devono essere elencati e sinteticamente illustrati i controlli svolti, quali verifiche di equilibrio tra reazioni vincolari e carichi applicati, comparazioni tra i risultati delle analisi e quelli di valutazioni semplificate, etc."

Tipo di analisi svolta

Analisi statiche

Il tipo di analisi strutturale svolta è lineare statica. La risoluzione del sistema di equazioni generato dal modello a Elementi Finiti è ottenuta tramite solver per sistemi lineari nella forma $Ax=b$.

Le combinazioni di carico adottate sono coerenti con quanto richiesto nel paragrafo 2.5.3 delle NTC2018 per gli Stati Limite Ultimi (SLU):

$$\gamma_{G1} \cdot G_1 + \gamma_{G2} \cdot G_2 + \gamma_{Q1} \cdot Q_{k1} + \gamma_{Q2} \cdot \psi_{02} \cdot Q_{k2} + \gamma_{Q3} \cdot \psi_{03} \cdot Q_{k3} + \dots$$

Fattori parziali di sicurezza:

- γ_{G1} : per carichi da peso proprio, di default pari a 1.5
- γ_{G2} : per carichi permanenti portati, di default pari a 1.5
- γ_{Qi} : per carichi variabili, di default pari a 1.5

Coefficienti di combinazione:

- ψ_{0i} di default pari a 0.7 per carichi variabili verticali (dipendenti dalla Categoria della costruzione)
- ψ_{0i} di default pari a 0.6 per carichi variabili da vento
- ψ_{0i} di default pari a 0.5 per carichi variabili da neve (dipendente dalla quota, < 1000m s.l.m.)

Le combinazioni SLU sono generate automaticamente con il comando *Assegna/Combinazioni di carico... / Genera combinazioni statiche*. Riferirsi al manuale d'uso del programma per l'utilizzo della maschera.

I coefficienti di combinazione dei carichi sono dedotti dalla tabella 2.5.I della NTC2018.

Tabella 2.5.I – Valori dei coefficienti di combinazione

Categoria/Azione variabile	Ψ_{0j}	Ψ_{1j}	Ψ_{2j}
Categoria A Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0,7	0,7	0,6
Categoria G Rimesse e parcheggi (per autoveicoli di peso > 30 kN)	0,7	0,5	0,3
Categoria H Coperture	0,0	0,0	0,0
Vento	0,6	0,2	0,0
Neve (a quota ≤ 1000 m s.l.m.)	0,5	0,2	0,0
Neve (a quota > 1000 m s.l.m.)	0,7	0,5	0,2
Variazioni termiche	0,6	0,5	0,0

È possibile esportare in formato tabellare le combinazioni di carico tramite il comando *Esporta combo*.

Origine e caratteristiche dei codici di calcolo

Il codice di calcolo utilizzato di compone di 2 parti distinte:

- Il pre- e post- processor, *NextFEM Designer* (il programma visibile all'utente), che gestisce la fase di input dei dati e della visualizzazione dei risultati, oltre alla generazione delle combinazioni di carico e le verifiche. Il programma è fornito all'utente con la licenza d'uso allegata, accessibile dal comando *?!Informazioni su... / Licenza del prodotto*. *NextFEM Designer* è prodotto da NextFEM, con esclusione dei pacchetti elencati in *?!Informazioni su...*
- Il solutore, *OOFEM*, viene utilizzato di default per eseguire il calcolo. Altri tipi di solutori, sebbene impostabili dalle opzioni del programma, non sono supportati ai fini della validazione presentata. *OOFEM* viene concesso con licenza LGPL, riportata in *?!Informazioni su...* e allegata al pacchetto software. Il solutore è sviluppato dal prof. Borek Patzak, Università di Praga, e dalla comunità di *oofem.org*.

Affidabilità e validazione dei codici

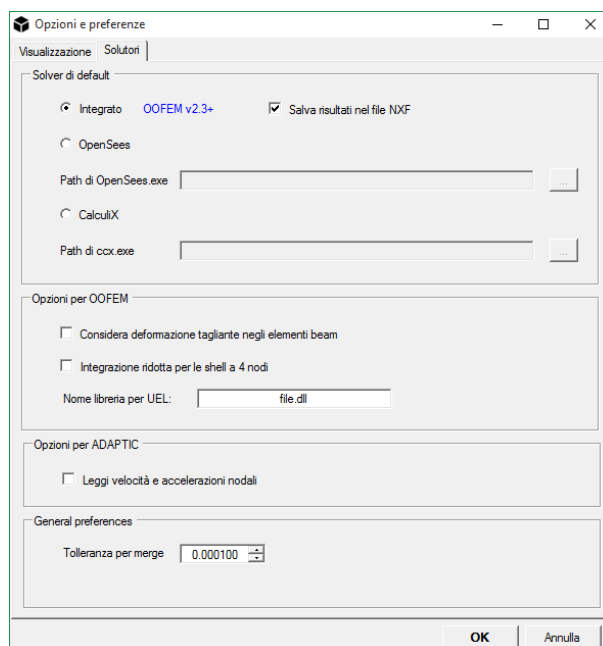
La validazione, comprensiva di calcolo manuale della quantità ottenute, è presentata al Capitolo 5 del manuale d'uso del programma.

Si riporta in seguito una **versione ridotta ai fini dell'analisi di strutture a telaio**.

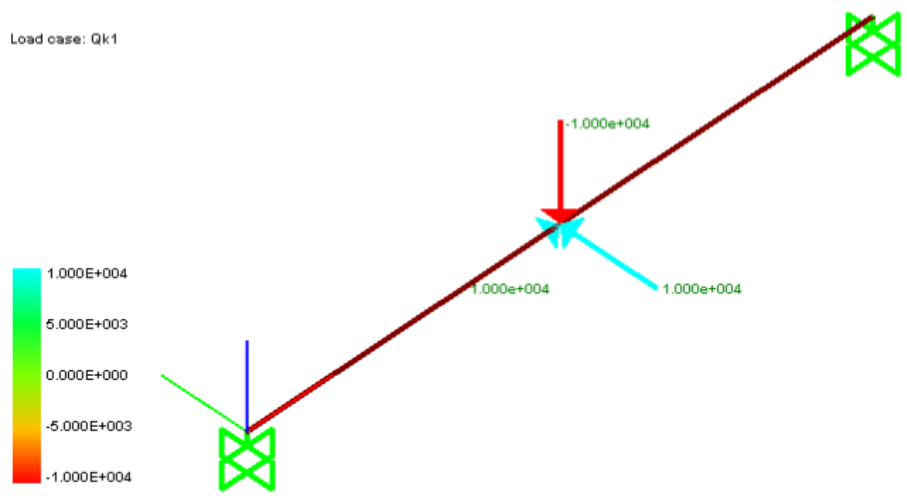
Caso 1

Questo primo tutorial mostra come modellare una trave di 5 metri di lunghezza, caricata con carichi concentrati in mezzera nelle 3 direzioni. I risultati del programma (spostamenti e sollecitazioni) sono confrontati con un calcolo condotto manualmente.

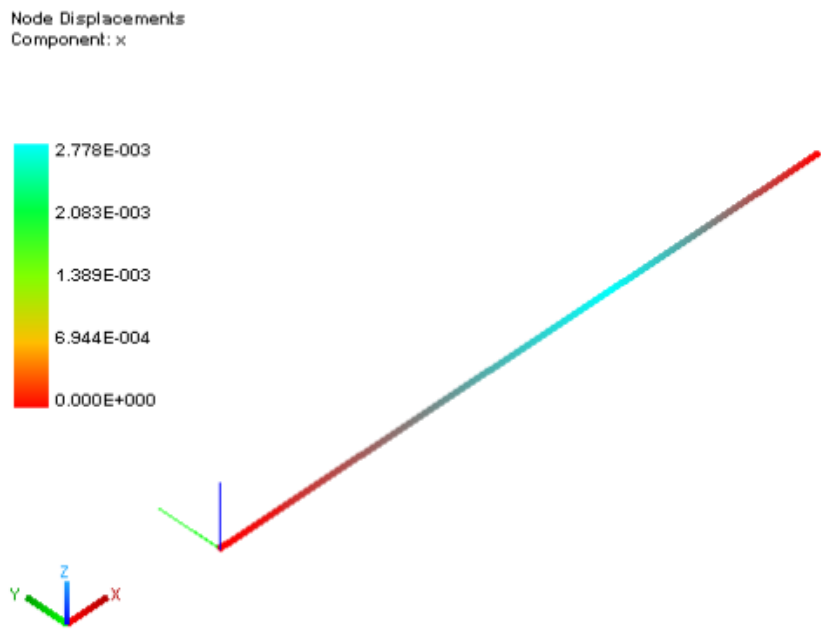
⚠ AVVISO: sia la deformabilità flessionale che tagliante sono state considerate. Per abilitare queste opzioni, cliccare su *Strumenti>Opzioni>Solutore* e abilitare *Considera deformazione tagliante negli elementi beam* nel box *Opzioni per OOFEM*.



- Unità: N per la forza e mm per la lunghezza.
- Proprietà del materiale:
 - o Nome: Concrete;
 - o $E=30000\text{ N/mm}^2$;
 - o $\nu=0.3$
 - o $f_k=25\text{ N/mm}$
 - o Peso specifico $=2.5e-5\text{ N/mm}^3$;
 - o Densità di massa $=2.55e-9\text{ N/mm}^2/g$
- Proprietà della sezione:
 - o $B=300\text{ mm}$ (z);
 - o $H=500\text{ mm}$ (y);
- Geometria:
 - o $L=5000\text{ mm}$;
- Carichi:
 - o $P_y=10000\text{ N}$;
 - o $P_z=-10000\text{ N}$.

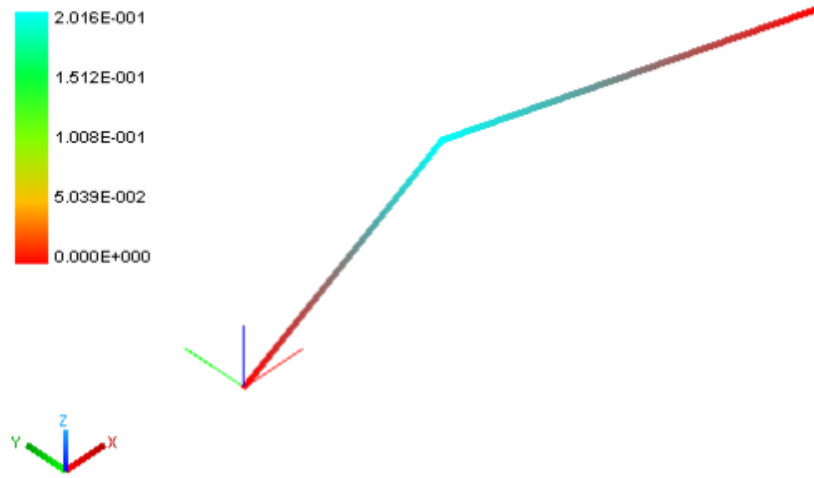


- Risultati di *NextFEM Designer*:
 - o Spostamento in direzione x: Nodo 2=0.002778mm



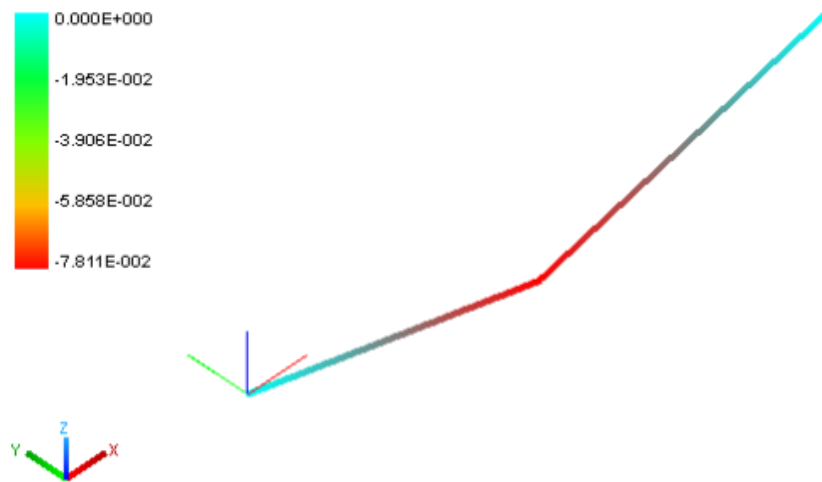
- o Spostamento in direzione y: Nodo 2=0.2016mm

Node Displacements
Component: y

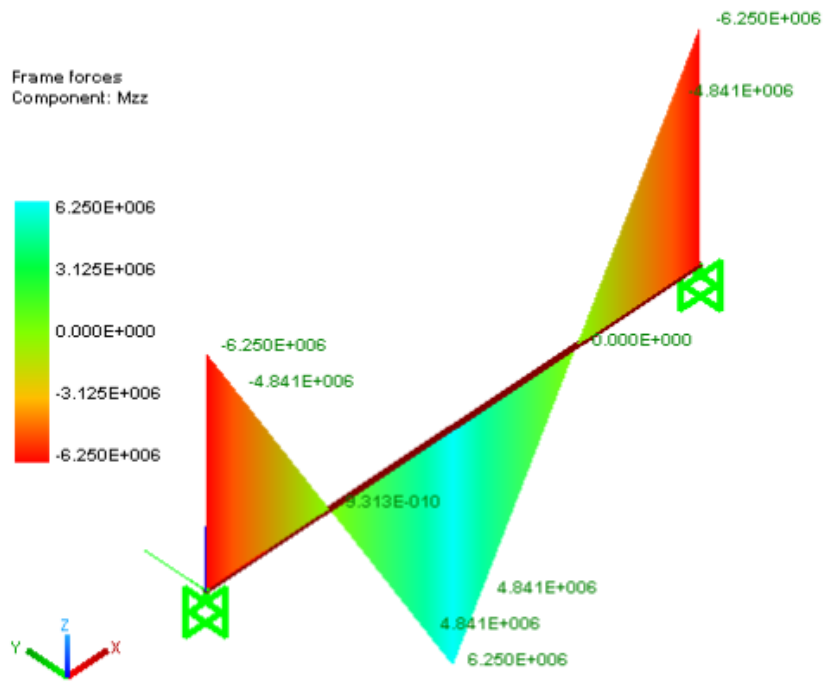


- Spostamento in direzione z: Nodo 2=-0.00781 mm

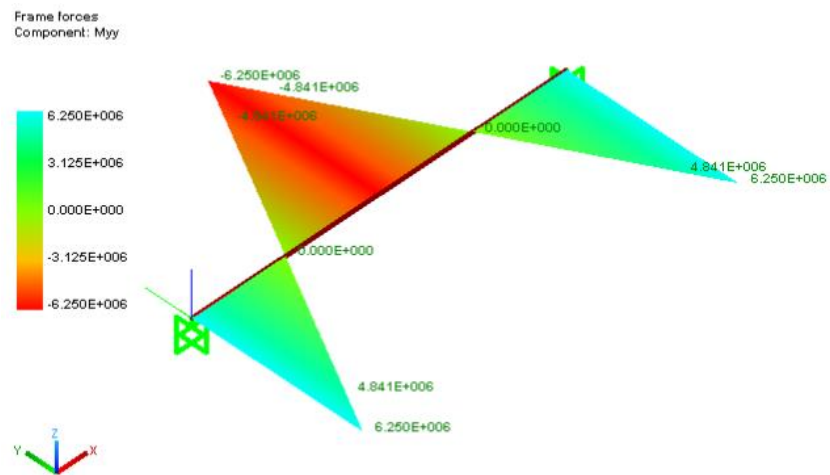
Node Displacements
Component: z



- Diagramma del momento: valori da *Risultati*>*Estrai dati*
 - Mzz

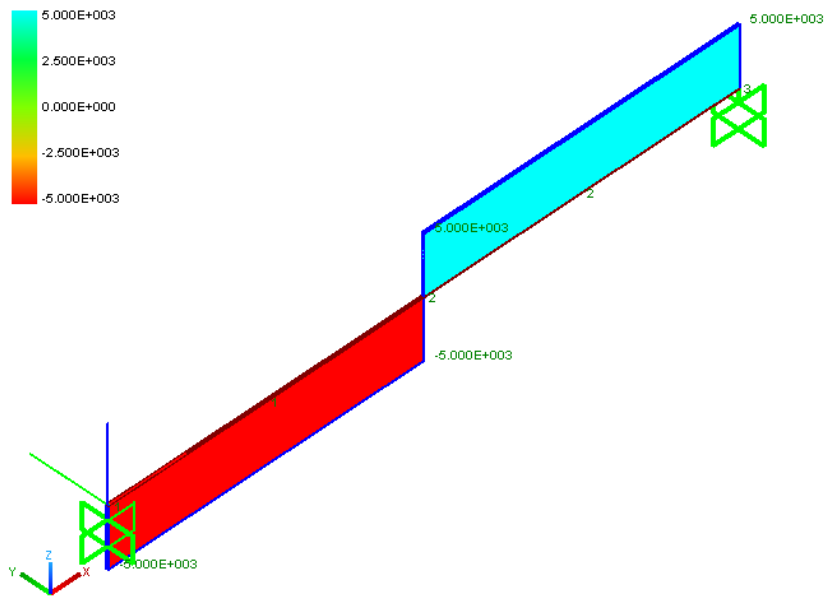


- Myy

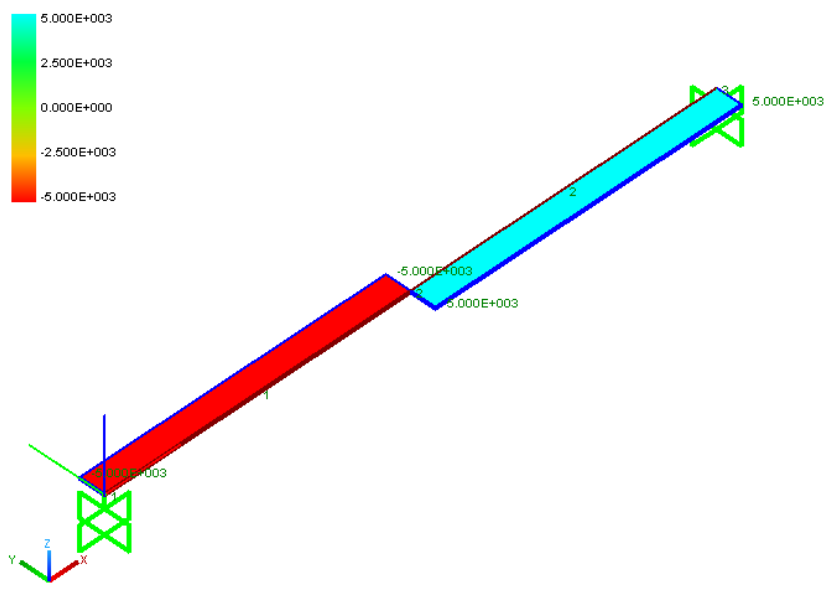


- Diagramma del taglio:

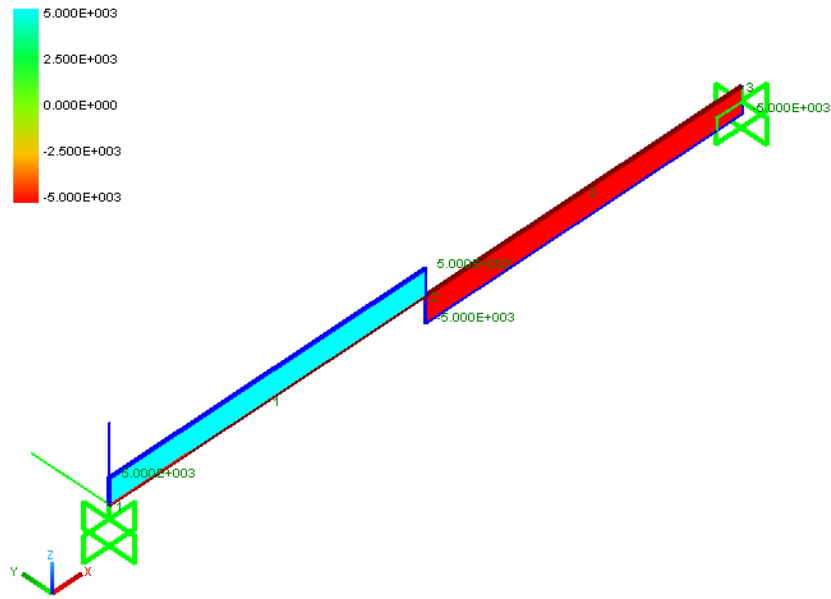
- Vy



■ Vz



○ Diagramma dell'azione assiale:



- Spostamenti interni alla trave in direzione y: valori da *Risultati>Estrai dati*

Posizione [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	0.00778
1250	0.1008
2218	0.1938
2500	0.2016
2500	0.2016
2781.8	0.1938
3750	0.1008
4718	0.00778
5000	0

- Spostamenti interni alla trave in direzione z: valori da *Risultati>Estrai dati*

Posizione [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	-0.003424
1250	-0.03906
2218	-0.07469
2500	-0.07811
2500	-0.07811
2781.8	-0.07469
3750	-0.03906
4718	-0.003424
5000	0

- Calcolo manuale:

- Proprietà della sezione

$$A = b \cdot h = 150000 \text{ mm}^2$$

$$J_y = \frac{bh^3}{12} = 3125e6 \text{ mm}^4$$

$$J_z = \frac{hb^3}{12} = 1125e6 \text{ mm}^4$$

- Diagramma dei momenti:

- Mzz

$$M_{\max} = \frac{Pl}{8} = 6250000Nmm; M_{\min} = -\frac{Pl}{8} = -6250000Nmm$$

▪ Myy

$$M_{\max} = \frac{Pl}{8} = 6250000Nmm; M_{\min} = -\frac{Pl}{8} = -6250000Nmm$$

○ Diagramma del taglio:

▪ Vy

$$V_{\max} = \frac{P_z}{2} = 5000N; V_{\min} = -\frac{P_z}{2} = -5000N$$

▪ Vz

$$V_{\max} = \frac{P_y}{2} = 5000N; V_{\min} = -\frac{P_y}{2} = -5000N$$

○ Diagramma dell'azione assiale:

$$N_{\max} = \frac{P_x}{2} = 5000N; N_{\min} = -\frac{P_x}{2} = -5000N$$

○ Spostamento in direzione x: Nodo 2

$$u_{2,x} = \frac{N_{\max}(l/2)}{EA} = 0.00278mm$$

○ Spostamento in direzione y: Nodo 2

$$u_{2,y} = \frac{1}{192} \frac{P_y l^3}{EJ_z} + \chi \frac{P_y l}{4GA} = 0.201568mm$$

○ Spostamento in direzione y: punto alla coordinata x generica della trave

$$u_{x,y} = \frac{1}{24} \frac{P_y x^2 \left(\frac{3}{2}l - 2x \right)}{EJ_z} + \chi \frac{P_y x}{2GA} \text{ per la prima metà della trave (per } 0 \leq x \leq L/2)$$

$$u_{x,y} = \frac{1}{24} \frac{P_y (L-x)^2 \left(2x - \frac{L}{2} \right)}{EJ_z} + \chi \frac{P_y (L-x)}{2GA} \text{ per la seconda metà della trave (per } L/2 \leq x \leq L)$$

Posizione [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	0.00778
1250	0.1008
2218	0.1938
2500	0.2016
2500	0.2016
2781.8	0.1938
3750	0.1008
4718	0.00779
5000	0

○ Spostamento in direzione z: Nodo 2

$$u_{2,z} = \frac{1}{192} \frac{Pl^3}{EJ_y} + \chi \frac{Pl}{4GA} = -0.07811mm$$

- Spostamento in direzione y: punto alla coordinata x generica della trave

$$u_{x,z} = \frac{1}{24} \frac{P_z x^2 \left(\frac{3}{2} l - 2x \right)}{EJ_y} + \chi \frac{P_z x}{2GA} \text{ per la prima metà della trave (per } 0 \leq x \leq L/2 \text{)}$$

$$u_{x,z} = \frac{1}{24} \frac{P_z (L-x)^2 \left(2x - \frac{L}{2} \right)}{EJ_y} + \chi \frac{P_z (L-x)}{2GA} \text{ per la seconda metà della trave (per } L/2 \leq x \leq L \text{)}$$

Posizione [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	-0.003425
1250	-0.03906
2218	-0.07468
2500	-0.07811
2500	-0.07811
2781.8	-0.07469
3750	-0.03906
4718	-0.003429
5000	0

Caso 2

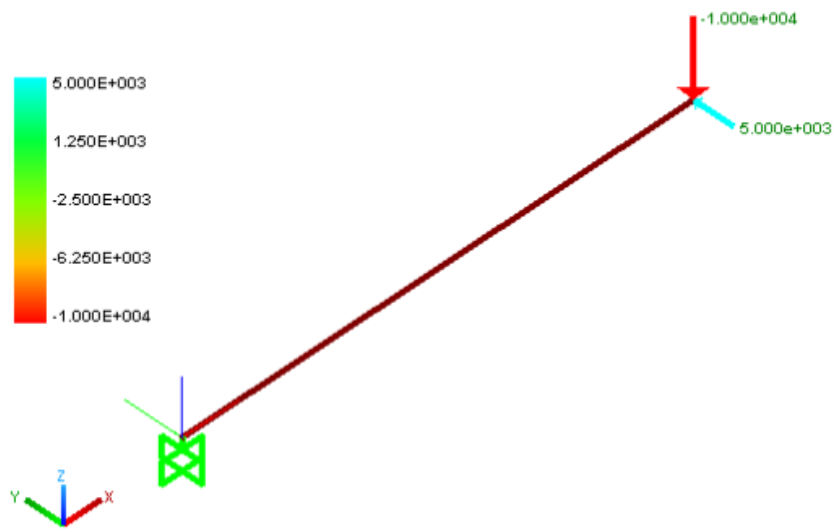
Il secondo tutorial è diviso in due parti e consiste in una trave a mensola con carichi in direzioni y e z. I risultati del programma (spostamenti e sollecitazioni) sono confrontati con un calcolo condotto manualmente sia nel caso in cui la deformabilità a taglio venga trascurata (caso 2a) o meno (caso 2b)

Caso 2a

 Solo la deformabilità flessionale delle travi viene considerata.

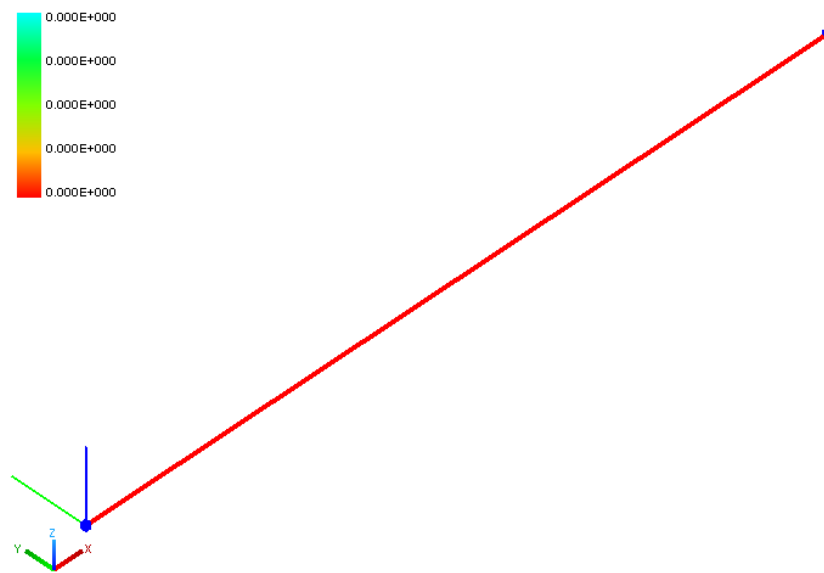
- Unità: N per la forza e mm per la lunghezza.
- Proprietà del materiale:
 - Nome: Concrete;
 - E=30000 N/mm²;
 - ν=0.3
 - fk=25 N/mm
 - Peso specifico =2.5e-5 N/mm³;
 - Densità di massa =2.55e-9 N/mm²/g
- Proprietà della sezione:
 - B=300 mm (z);
 - H=500mm (y);
- Geometria:
 - L=2500 mm;
- Carichi:
 - Py=5000 N;
 - Pz=-10000 N.

Load case: Qk1

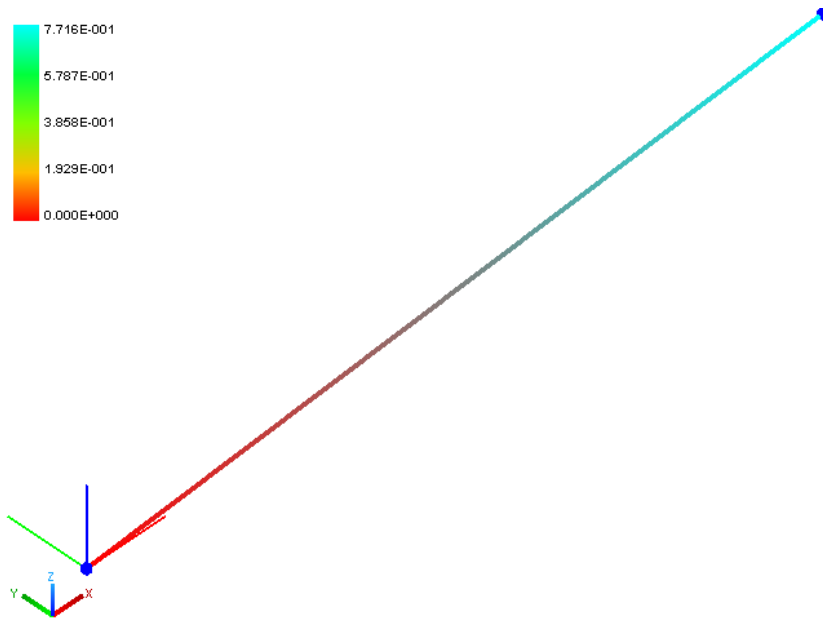


- Risultati del programma:

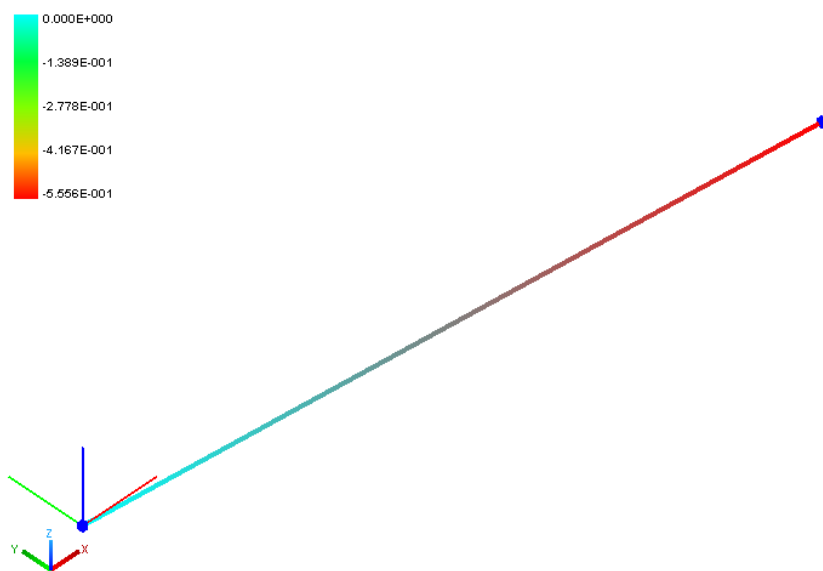
- o Spostamento in direzione x: Nodo 2=0.00mm



- o Spostamento in direzione y: Nodo 2=0.7716mm

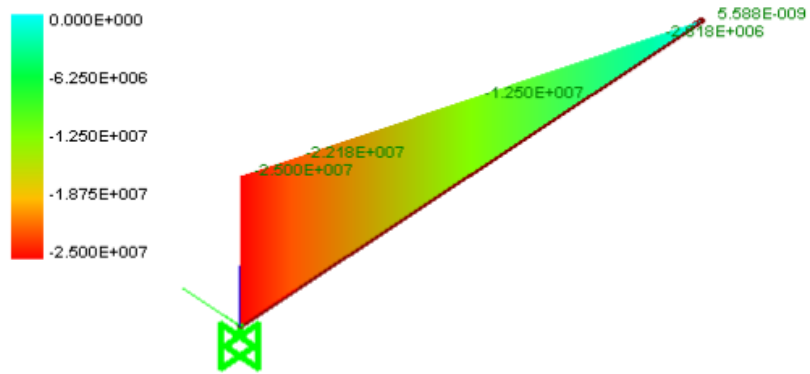


- o Spostamento in direzione z: Nodo 2=-0.5556mm



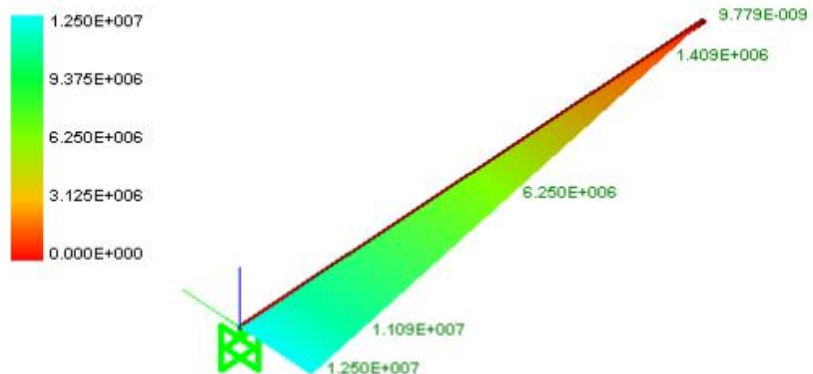
- o Diagramma del momento: valori da *Risultati>Estrai dati*
 - Mzz

Frame forces
Component: Mzz

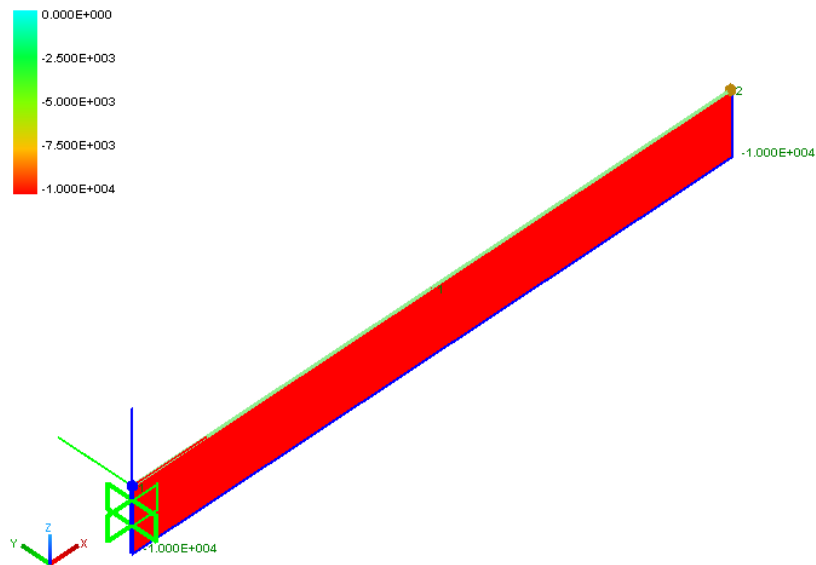


Y Z X
▪ Myy

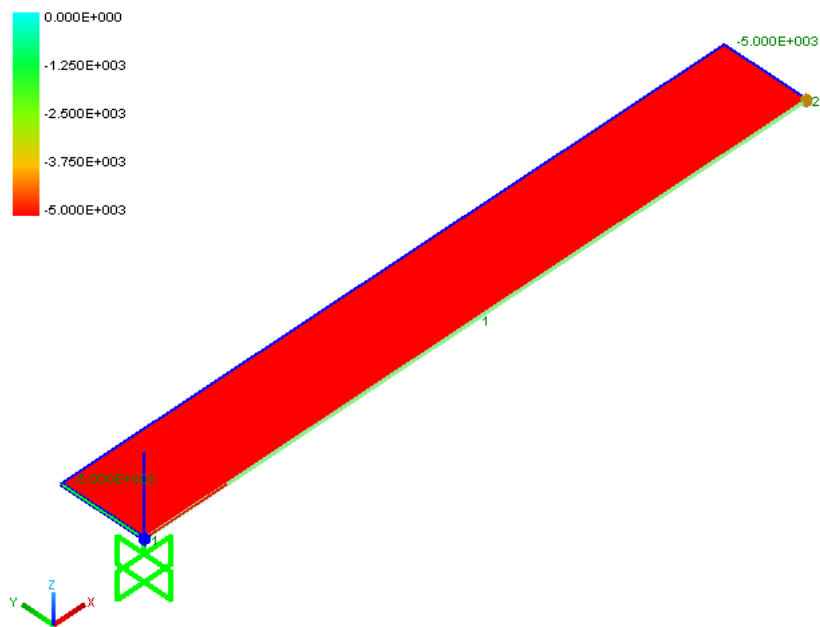
Frame forces
Component: Myy



- Diagramma del taglio:
 - Vy



■ Vz



- Spostamenti interni alla trave in direzione y: valori da *Risultati>Estrai dati*

Posizione [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	0.01415
1250	0.2411
2218	0.6417
2500	0.7716

- Spostamenti interni alla trave in direzione z: valori da *Risultati>Estrai dati*

Posizione [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	-0.01019
1250	-0.1736
2218	-0.4620
2500	-0.5556

- Calcolo manuale:

o Diagramma dei momenti:

▪ M_{zz}

$$M_{\max} = P_z l = 25000000 \text{ Nmm} ;$$

▪ M_{yy}

$$M_{\max} = P_y l = 12500000 \text{ Nmm}$$

o Diagramma del taglio:

▪ V_y

$$V_{\max} = P_z = 10000 \text{ N} ;$$

▪ V_z

$$V_{\max} = P_y = 5000 \text{ N} ;$$

o Diagramma dell'azione assiale:

$$N_{\max} = 0 \text{ N} ;$$

o Spostamento in direzione x: Nodo 2

$$u_{2,x} = 0 \text{ mm}$$

o Spostamento in direzione y: Nodo 2

$$u_{2,y} = \frac{1}{3} \frac{P_y l^3}{EJ_z} = 0.77160 \text{ mm}$$

o Spostamento in direzione y: punto alla coordinata x generica della trave

$$u_{x,y} = \frac{1}{6} \frac{P_y x^2 (3l - x)}{EJ_z}$$

Coordinata x [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	0.01415
1250	0.2411
2218	0.6416
2500	0.7716

o Spostamento in direzione z: Nodo 2

$$u_{2,z} = \frac{1}{3} \frac{P_z l^3}{EJ_y} = -0.5556 \text{ mm}$$

o Spostamento in direzione z: punto alla coordinata x generica della trave

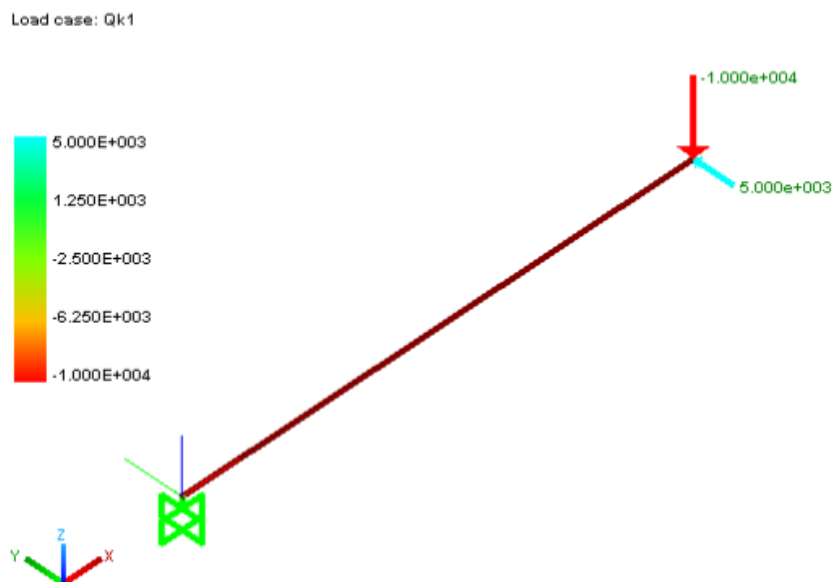
$$u_{x,z} = \frac{1}{6} \frac{P_z x^2 (3l - x)}{EJ_y}$$

Coordinata x [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	-0.01019
1250	-0.1736
2218	-0.4620
2500	-0.5556

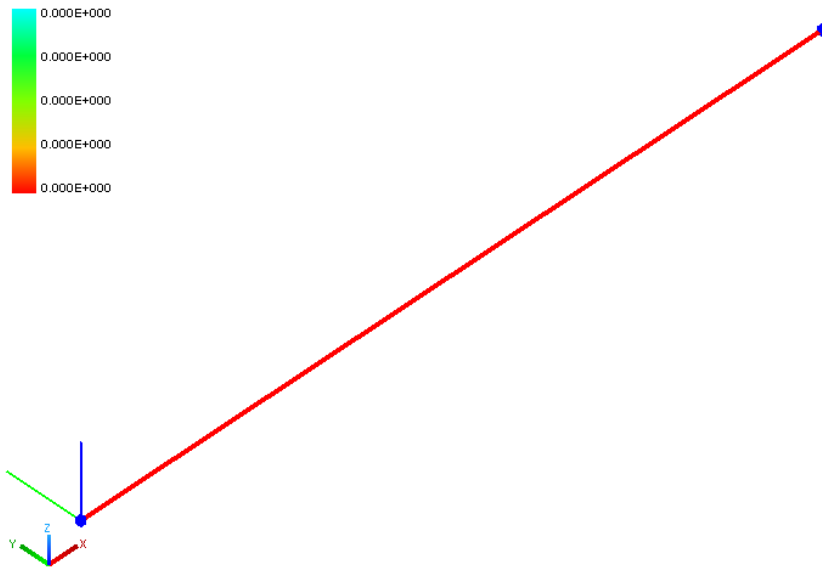
Caso 2b

⚠ **AVVISO:** sia la deformabilità flessionale che tagliante sono state considerate. Per abilitare queste opzioni, cliccare su *Strumenti>Opzioni>Solutore* e abilitare *Considera deformazione tagliante negli elementi beam* nel box *Opzioni per OOFEM*.

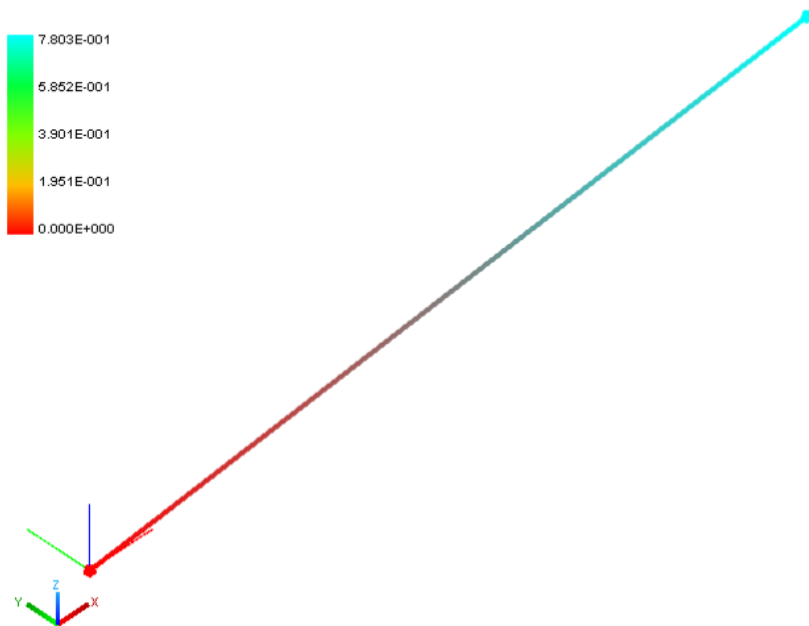
- Unità: *N* per la forza e *mm* per la lunghezza.
- Proprietà del materiale:
 - o Nome: Concrete;
 - o $E=30000 \text{ N/mm}^2$;
 - o $\nu=0.3$
 - o $f_k=25 \text{ N/mm}$
 - o Peso specifico $=2.5e-5 \text{ N/mm}^3$;
 - o Densità di massa $=2.55e-9 \text{ N/mm}^2/\text{g}$
- Proprietà della sezione:
 - o $B=300 \text{ mm}$ (z);
 - o $H=500 \text{ mm}$ (y);
- Geometria:
 - o $L=2500 \text{ mm}$;
- Carichi:
 - o $P_y=5000 \text{ N}$;
 - o $P_z=-10000 \text{ N}$.



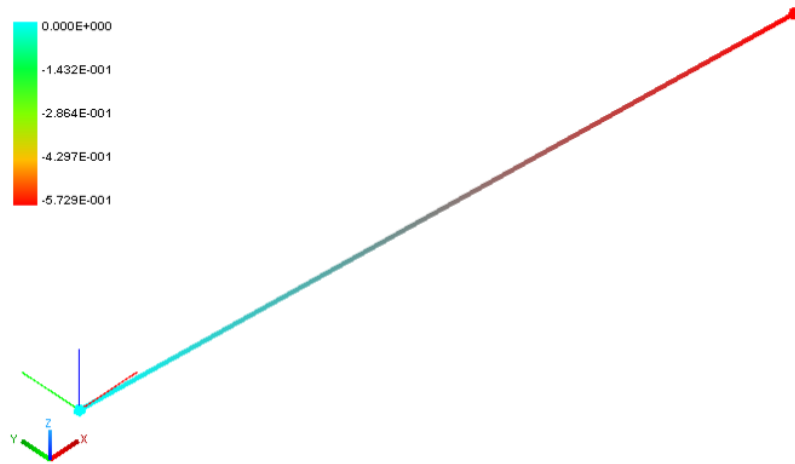
- Risultati del programma:
 - o Spostamento in direzione x: Nodo 2= 0.00 mm



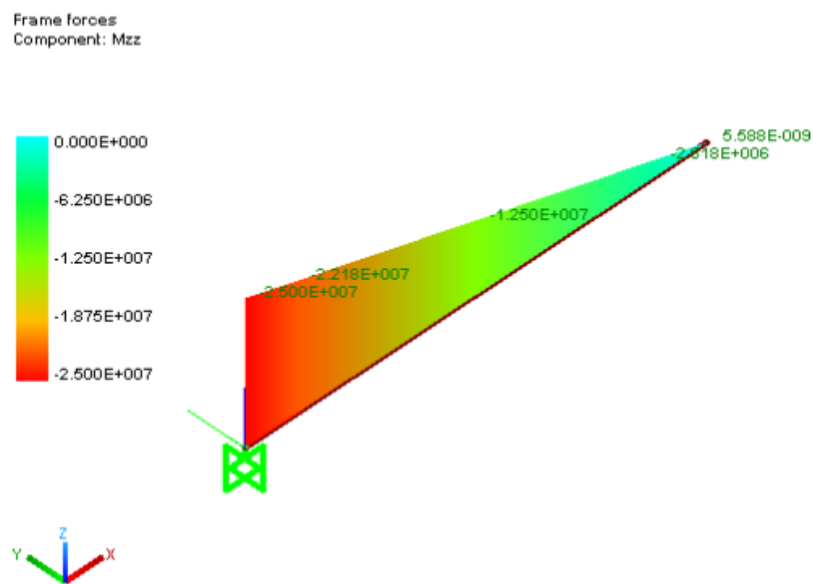
- o Spostamento in direzione y: Nodo 2=0.7803mm



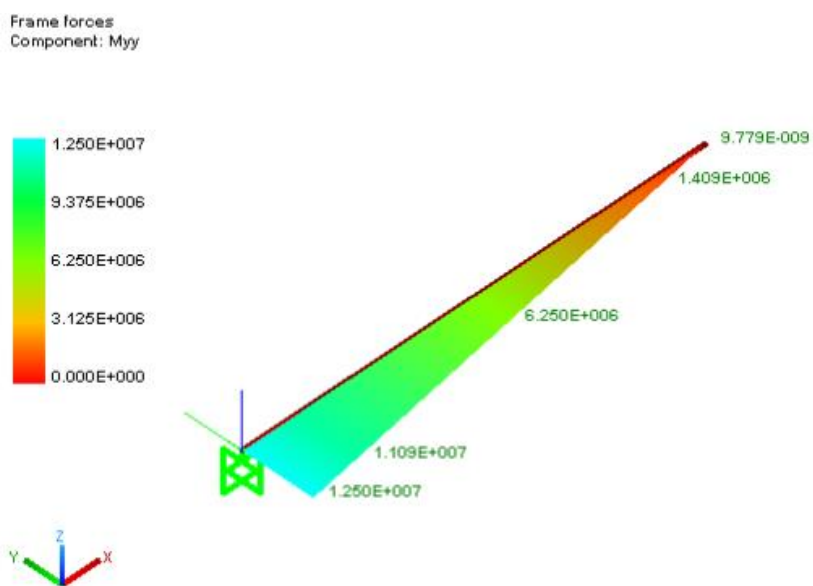
- o Spostamento in direzione z: Nodo 2=-0.5729mm



- o Diagramma del momento: valori da *Risultati*>*Estrai dati*
 - Mzz

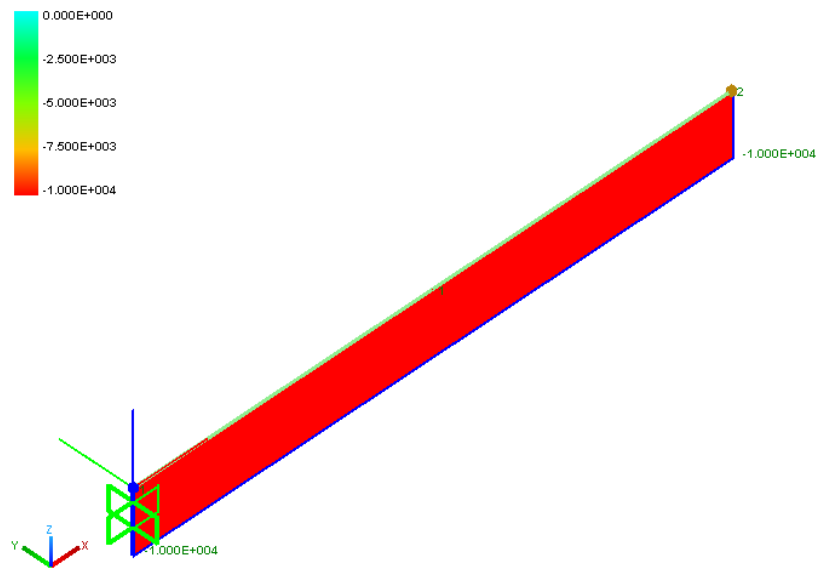


- Myy

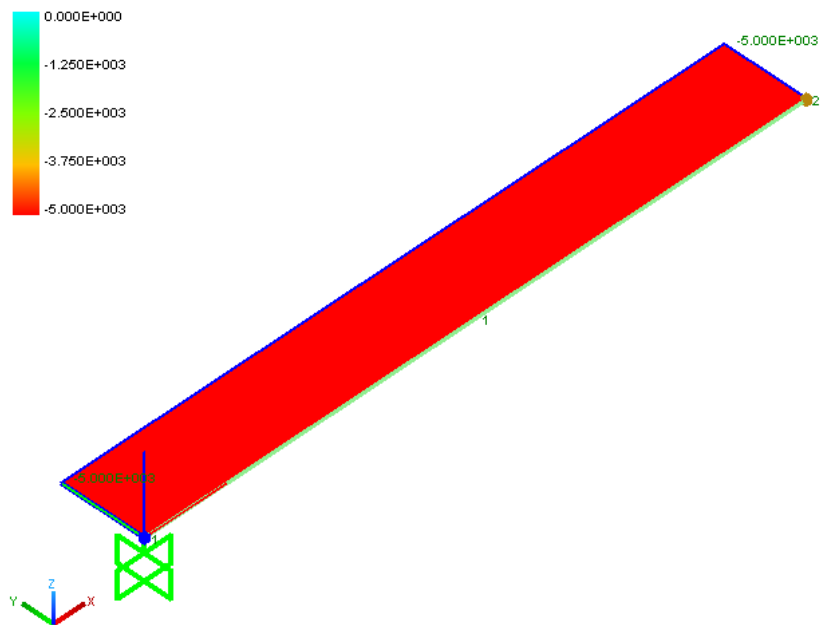


o Diagramma del taglio:

▪ V_y



▪ V_z



o Spostamenti interni alla trave in direzione y: valori da *Risultati>Estrai dati*

Posizione [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	0.01513
1250	0.2455
2218	0.6494
2500	0.7803

- Spostamenti interni alla trave in direzione z: valori da *Risultati>Estrai dati*

Posizione [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	-0.01214
1250	-0.1823
2218	-0.4774
2500	-0.5729

- Calcolo manuale:

- Diagramma dei momenti:

- M_{zz}

$$M_{\max} = P_z l = 25000000 \text{ Nmm} ;$$

- M_{yy}

$$M_{\max} = P_y l = 12500000 \text{ Nmm}$$

- Diagramma del taglio:

- V_y

$$V_{\max} = P_z = 10000 \text{ N} ;$$

- V_z

$$V_{\max} = P_y = 5000 \text{ N} ;$$

- Diagramma dell'azione assiale:

$$N_{\max} = 0 \text{ N} ;$$

- Spostamento in direzione x: Nodo 2

$$u_{2,x} = 0 \text{ mm}$$

- Spostamento in direzione y: Nodo 2

$$u_{2,y} = \frac{1}{3} \frac{P_y l^3}{EJ_z} + \chi \frac{P_y l}{GA} = 0.7803 \text{ mm}$$

- Spostamento in direzione y: punto alla coordinata x generica della trave

$$u_{x,y} = \frac{1}{6} \frac{P_y x^2 (3l - x)}{EJ_z} + \chi \frac{P_y x}{GA}$$

Coordinata x [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	0.01513
1250	0.2455
2218	0.6493
2500	0.7803

- Spostamento in direzione z: Nodo 2

$$u_{2,z} = \frac{1}{3} \frac{P_z l^3}{EJ_y} + \chi \frac{P_z l}{GA} = -0.5729 \text{ mm}$$

- Spostamento in direzione z: punto alla coordinata x generica della trave

$$u_{x,z} = \frac{1}{6} \frac{P_z x^2 (3l - x)}{EJ_y} + \chi \frac{P_z x}{GA}$$

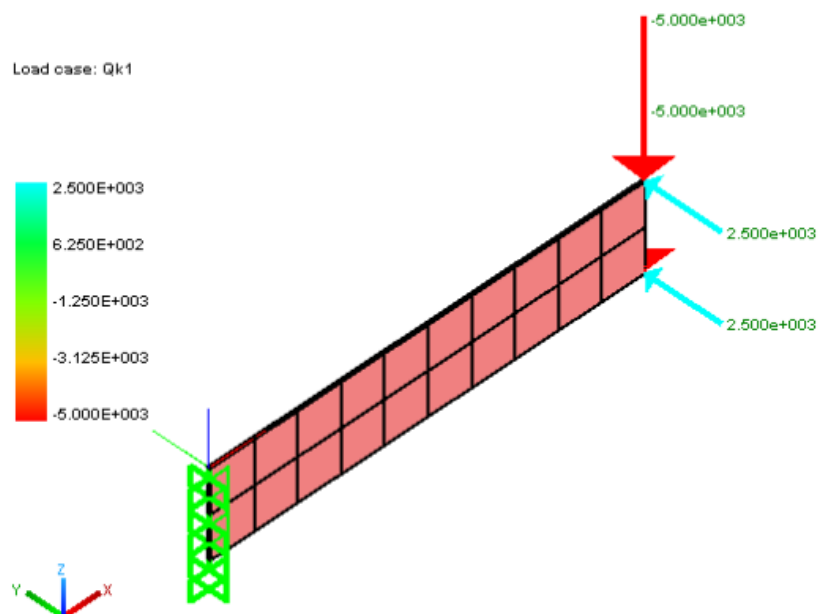
Coordinata x [mm]	Spostamento [mm]
0	0
281.8	-0.01214
1250	-0.1823
2218	-0.4773
2500	-0.5729

Caso 3

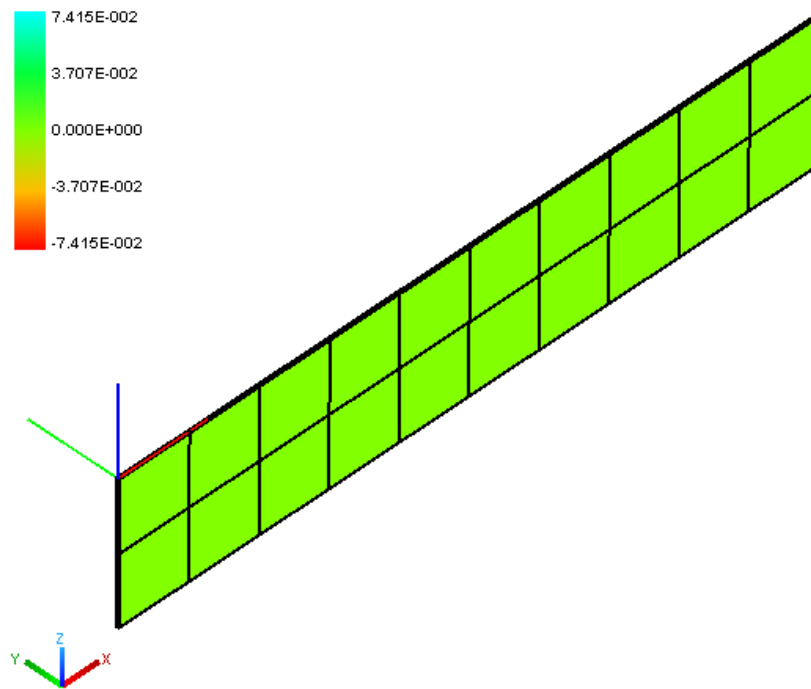
Il secondo tutorial consiste in una trave a mensola con carichi in direzioni y e z modellata con elementi shell (conformi alla teoria di Mindlin-Reissner). I risultati del programma (spostamenti e sollecitazioni) sono confrontati con un calcolo condotto manualmente.

⚠ Solo la deformabilità flessionale delle travi viene considerata.

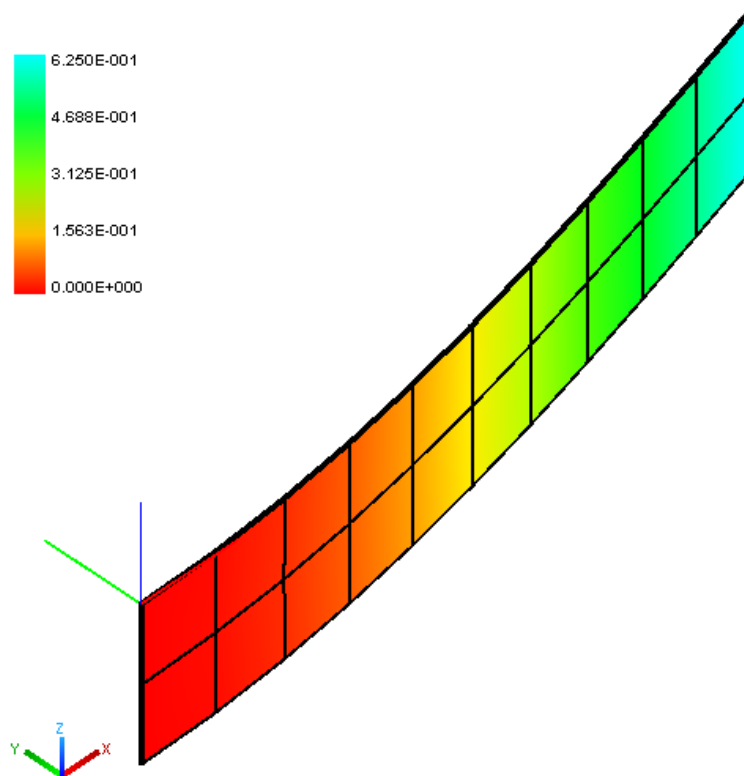
- Unità: N per la forza e mm per la lunghezza.
- Proprietà del materiale:
 - Nome: Concrete;
 - E=30000 N/mm²;
 - ν=0.3
 - f_k=25 N/mm
 - Peso specifico =2.5e-5 N/mm³;
 - Densità di massa =2.55e-9 N/mm²/g
- Proprietà della sezione:
 - Sezione piana di 300mm di spessore;
- Geometria:
 - L=5000 mm;
- Carichi:
 - P_y=5000 N;
 - P_z=10000 N;
- Dimensione della mesh: 250x250 mm



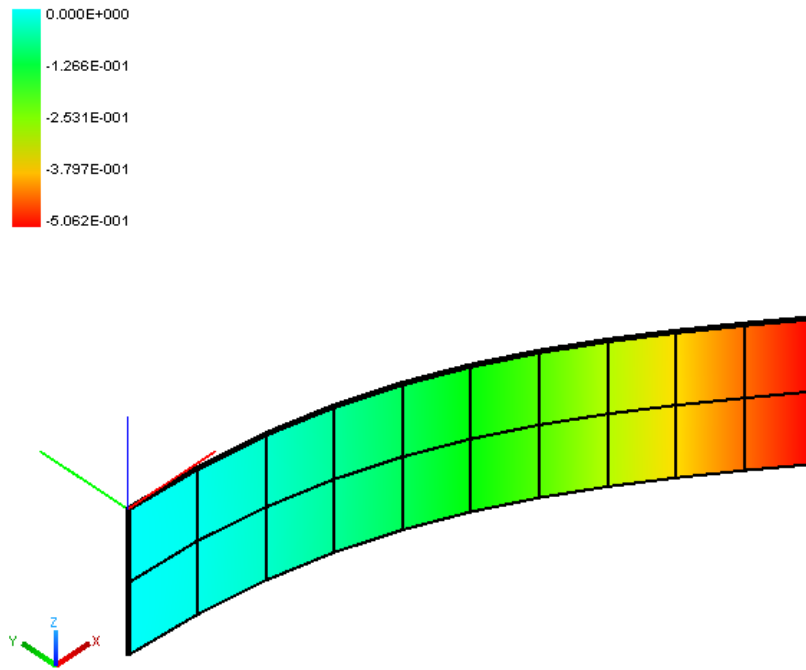
- Risultati del programma:
 - o Spostamento in direzione x: Nodo 2=0.00mm



- o Spostamento in direzione y: Nodo 2=0.6250 mm



- o Spostamento in direzione z: Nodo 2=-0.5062mm

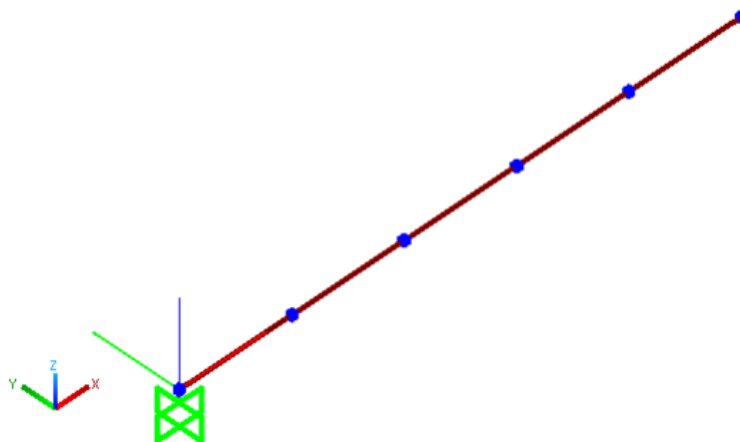


- Calcolo manuale (vedi tutorial Due):
 - o Spostamento in direzione y:
 - Calcolo manuale: 0.77160mm
 - NextFEM designer: 0.6250mm
 - Differenza: 19%
 - o Spostamento in direzione z:
 - Calcolo manuale: -0.5556mm
 - NextFEM designer: -0.5062mm
 - Differenza: 9%

La differenza rilevata è dovuta al cambio di elementi e alla dimensione della mesh.

Caso 4

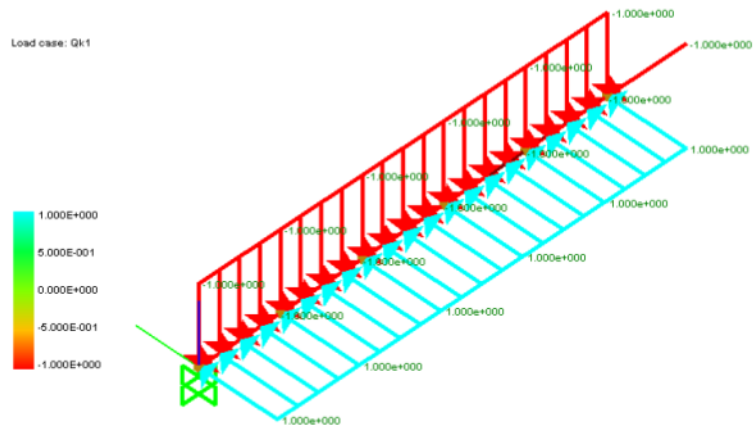
Il quarto tutorial consiste in una trave a mensola con carichi distribuiti in direzioni x, y e z. I risultati del programma (spostamenti e sollecitazioni) sono confrontati con un calcolo condotto manualmente.



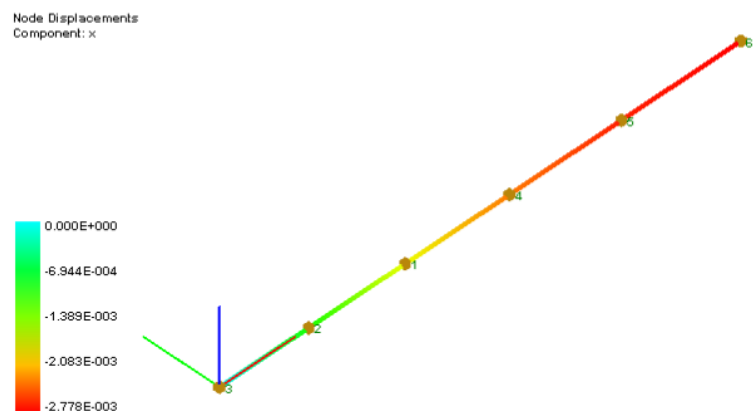
⚠ Solo la deformabilità flessionale delle travi viene considerata.

- Unità: *N* per la forza e *mm* per la lunghezza.
- Proprietà del materiale:

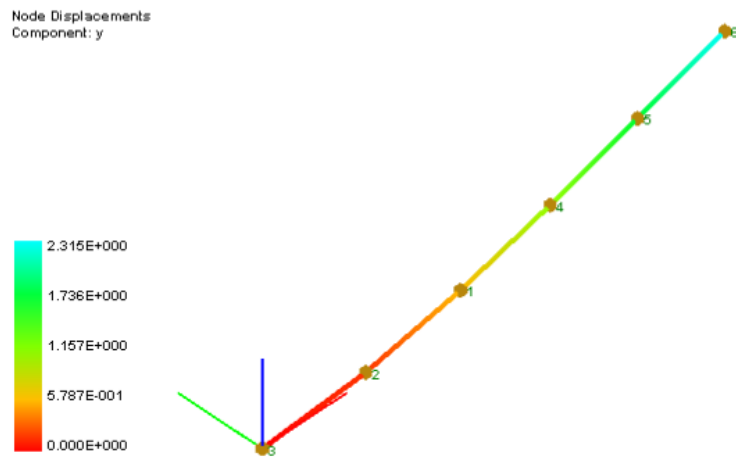
- Nome: Concrete;
- $E=30000 \text{ N/mm}^2$;
- $\nu=0.3$
- $f_k=25 \text{ N/mm}$
- Peso specifico $=2.5e-5 \text{ N/mm}^3$;
- Densità di massa $=2.55e-9 \text{ N/mm}^2/\text{g}$
- Section properties:
 - $B=300 \text{ mm}$ (y direction);
 - $H=500\text{mm}$ (z direction);
- Proprietà della sezione:
 - $B=300 \text{ mm}$ (z);
 - $H=500\text{mm}$ (y);
- Geometria:
 - $L=5000 \text{ mm}$;
- Carichi:
 - $q_y=1 \text{ N/mm}$;
 - $q_z=-1 \text{ N/mm}$;
 - $q_x=-1 \text{ N/mm}$.



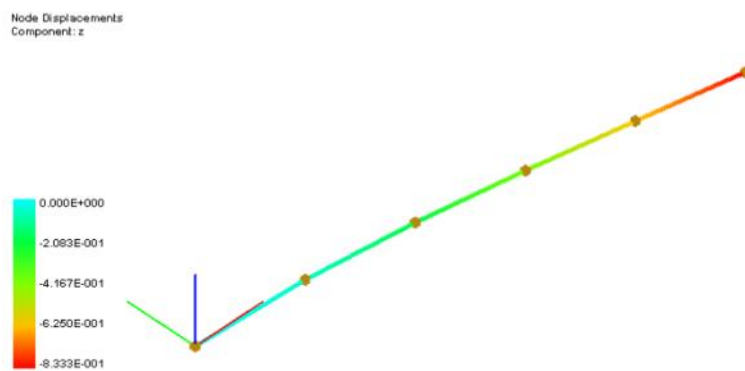
- Risultati del programma:
 - Spostamento in direzione x: Nodo 6= -0.00278mm



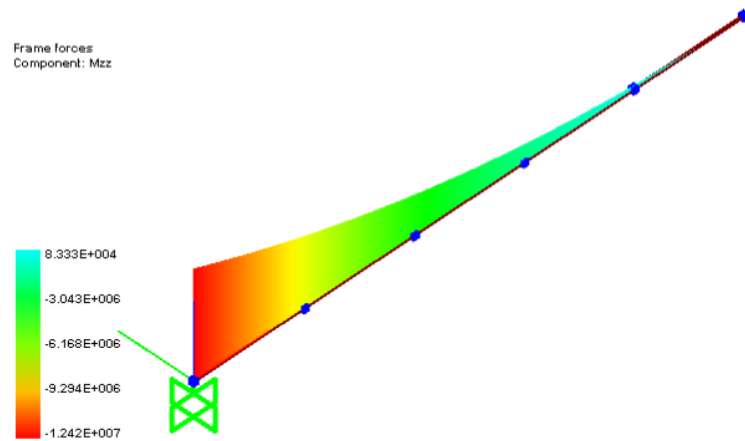
- Spostamento in direzione y: Nodo 6= 2.315mm



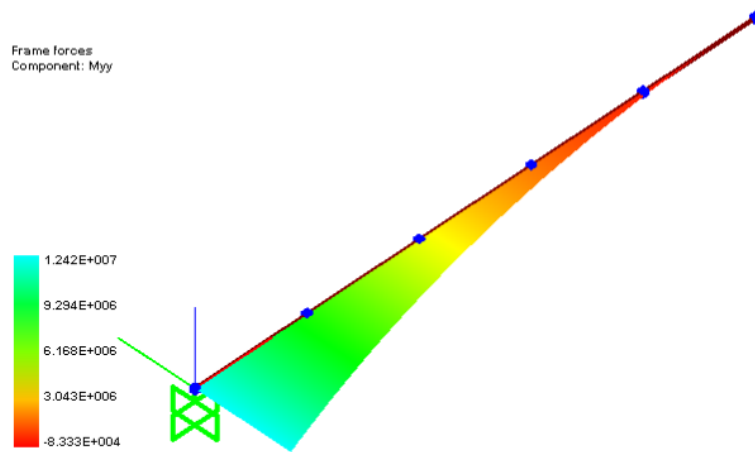
- o Spostamento in direzione z: Nodo 6=-0.8333mm



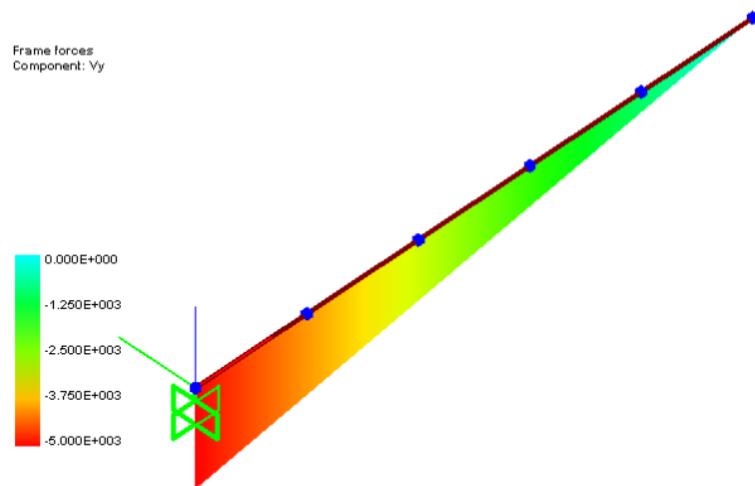
- o Diagramma del momento: valori da *Risultati>Estrai dati*
 - Mzz max: nodo 1: 125e9 Nmm



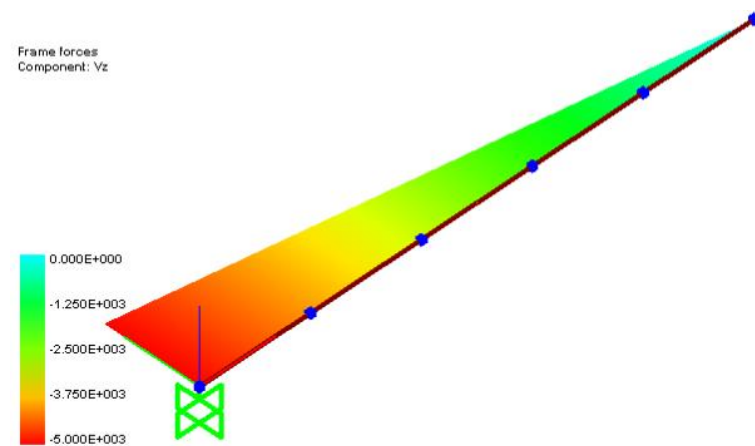
- Myy max: nodo 1: 125e9 Nmm



- o Diagramma del taglio:
 - Vy



- Vz



- Calcolo manuale:
 - o Diagramma dei momenti:

- Mzz

$$M_{\max} = \frac{q_c l^2}{2} = 125000000000 \text{ Nmm};$$

- Myy

$$M_{\max} = \frac{q_y l^2}{2} = 125000000000 \text{ Nmm};$$

- Diagramma del taglio:

- V_y

$$V_{\max} = q_z l = 5000 \text{ N};$$

- V_z

$$V_{\max} = q_y l = 5000 \text{ N};$$

- Diagramma dell'azione assiale:

$$N_{\max} = q_x l = 5000 \text{ N};$$

- Spostamento massimo in direzione x: Nodo 6

$$u_{6,x} = \frac{q_x l^2}{2EA} = 0.00278 \text{ mm}$$

- Spostamento massimo in direzione y: Nodo 6

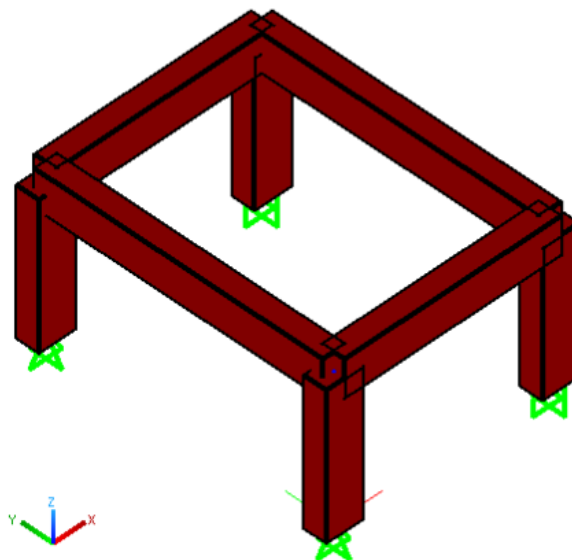
$$u_{6,y} = \frac{q_y l^4}{8EJ_y} = 2.315 \text{ mm}$$

- Spostamento massimo in direzione z: Nodo 6

$$u_{6,z} = \frac{q_z l^4}{8EJ_z} = -0.8333 \text{ mm}$$

Caso 5

Il quinto tutorial consiste in un'analisi modale di un edificio a telaio in legno. I risultati del programma (autovalori) sono confrontati con quelli forniti da programma di calcolo SAP2000®.

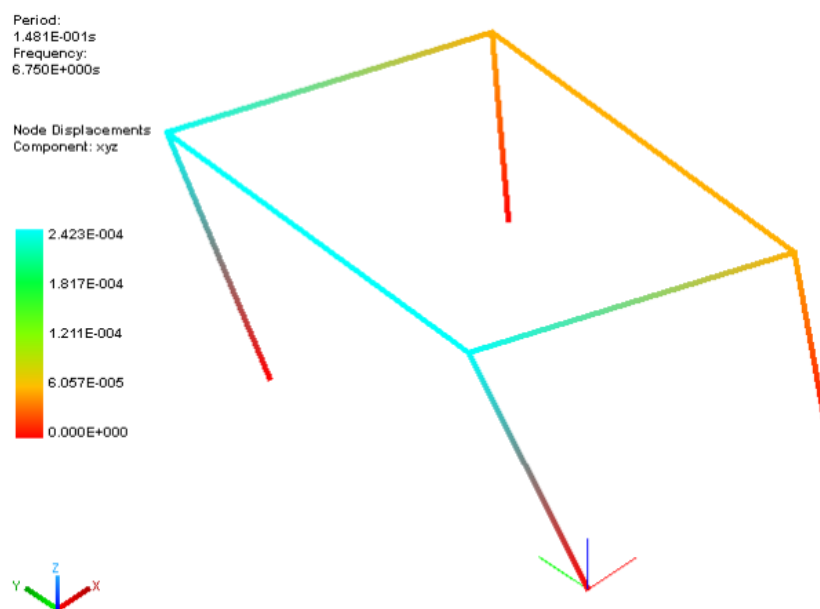


! Solo la deformabilità flessionale delle travi viene considerata.

- Unità: N per la forza e mm per la lunghezza.
- Proprietà del materiale:
 - Nome: GL24H;

- $E=9.40e+6 \text{ kN/m}^2$;
- $\nu=0.3$
- Peso specifico $=3.8 \text{ kN/m}^3$;
- Densità di massa $=0.38 \text{ kN/m}^3/\text{g}$
- Proprietà della sezione:
 - $B=300 \text{ mm (z)}$;
 - $H=500 \text{ mm (y)}$;
- Geometria:
 - $L_x=3 \text{ m}$;
 - $L_y=4 \text{ m}$;
 - $L_z=2 \text{ m}$;
- Masse concentrate: in ogni nodo del primo impalcato
 - $m_y=2.5 \text{ kN/g}$;
 - $m_z=-2.5 \text{ kN/g}$;
 - $m_x=-2.5 \text{ kN/g}$

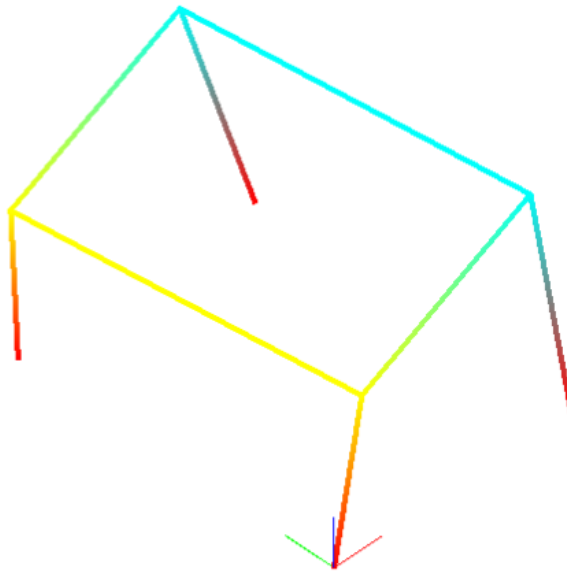
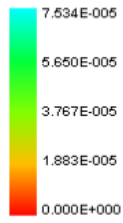
- Risultati del programma:
 - Primo modo:



- Secondo modo:

Period:
8.376E-002s
Frequency:
1.194E+001s

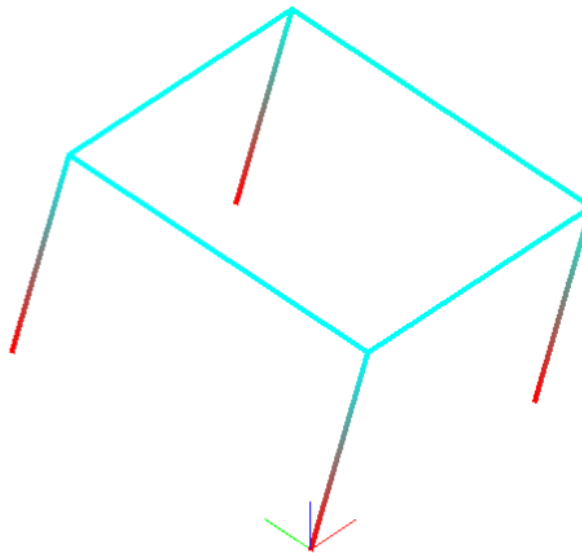
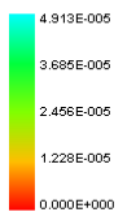
Node Displacements
Component: xyz



o Terzo modo:

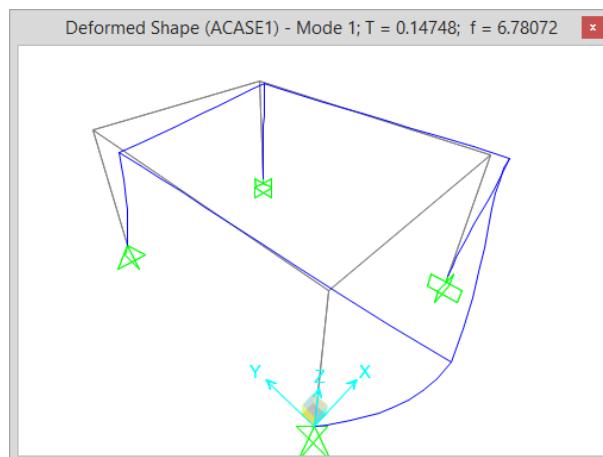
Period:
7.794E-002s
Frequency:
1.283E+001s

Node Displacements
Component: xyz

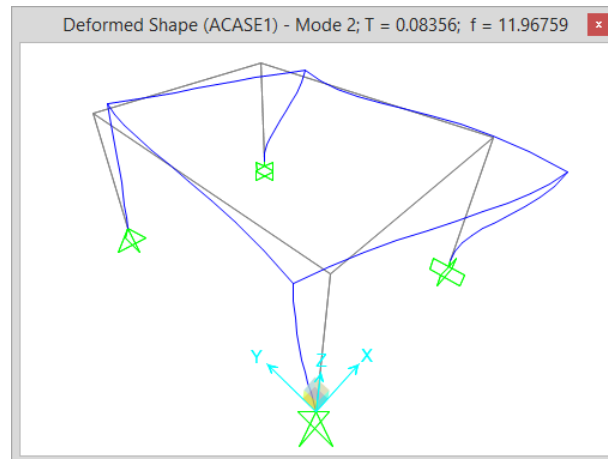


- Risultati da SAP2000® :

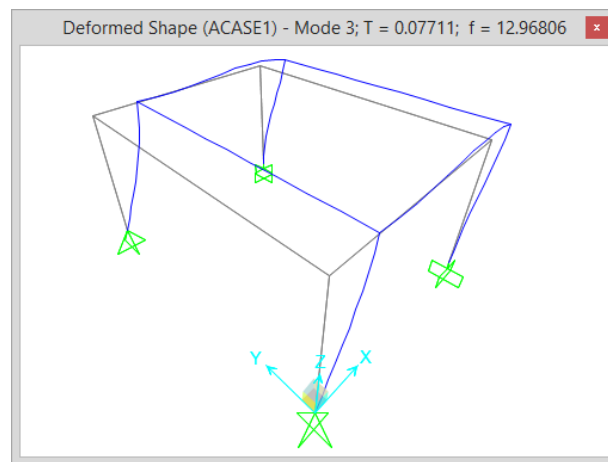
o Primo modo:



- o Secondo modo:



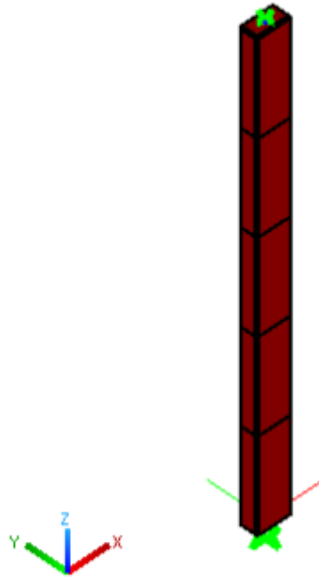
- o Terzo modo:



Nessuna differenza rilevata.

Caso 6

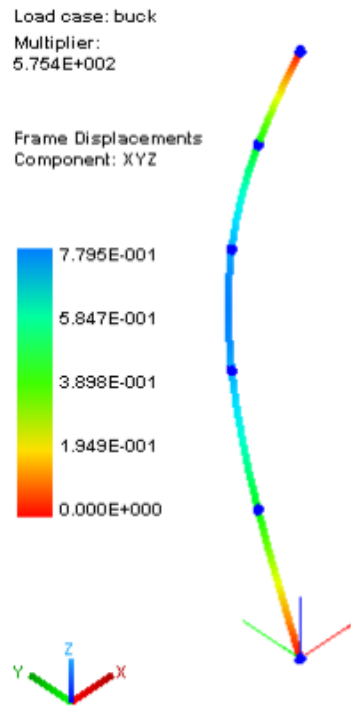
Il sesto **tutorial consiste in un'analisi** di buckling di una colonna in calcestruzzo in configurazione appoggio-carrello. I risultati del programma (autovalori ovvero moltiplicatori di carico) sono confrontati con i risultati calcolati con la teoria euleriana della stabilità. La colonna è suddivisa in 5 elementi di eguale lunghezza.



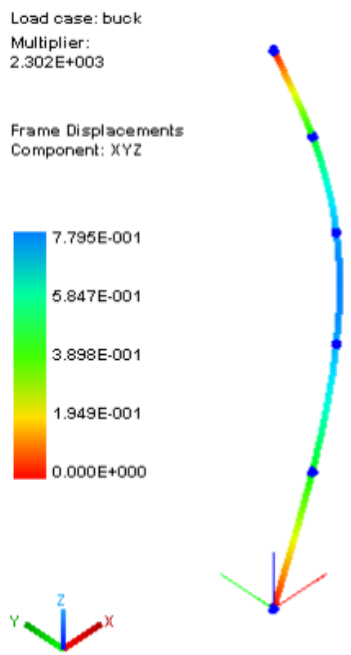
⚠ Solo la deformabilità flessionale delle travi viene considerata.

- Unità: N per la forza e mm per la lunghezza.
- Proprietà del materiale:
 - o Nome: C25/30;
 - o $E=3.15e+6$ kN/m²;
 - o $\nu=0.2$
 - o Peso specifico =25 kN/m³;
 - o Densità di massa =2.5 kN/m³/g
- Proprietà della sezione:
 - o $B=100$ mm (z);
 - o $H=200$ mm (y);
- Geometria:
 - o $L_{tot}=3.0$ m;
- Carichi:
 - o $Q_z=-1$ kN;

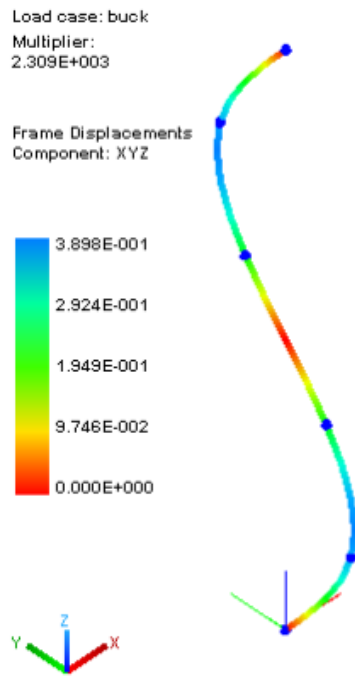
- Risultati del programma:
 - o Primo modo:



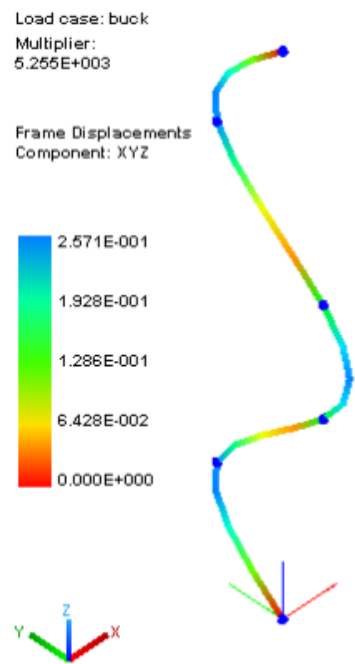
o Secondo modo:



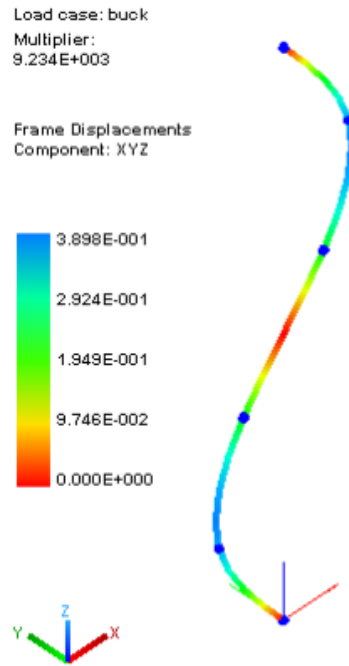
o Terzo modo:



o Quarto modo:



o Quinto modo:



- Calcolo manuale:

- o Il carico critico è calcolato come $P_{cr} = \pi^2 \frac{EJ}{(l/n)^2}$ con $n = 1, 2, 3, \dots$ e J della direzione di inflessione.
- o Inerzia della sezione:

$$J_{yy} = \frac{1}{12} hb^3 = 16.7 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

$$J_{zz} = \frac{1}{12} bh^3 = 66.7 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

- o Risultati teorici:

Flessione yy	Flessione zz
$\pi^2 \frac{EJ_{yy}}{l^2} = 575 \text{ kN}, \lambda = 575$	$\pi^2 \frac{EJ_{zz}}{l^2} = 2301 \text{ kN}, \lambda = 2301$
$\pi^2 \frac{EJ_{yy}}{(l/2)^2} = 2301 \text{ kN}, \lambda = 2301$	$\pi^2 \frac{EJ_{zz}}{(l/2)^2} = 9206 \text{ kN}, \lambda = 9206$
$\pi^2 \frac{EJ_{yy}}{(l/3)^2} = 5178 \text{ kN}, \lambda = 5178$	

La soluzione data dal programma è in accordo coi risultati teorici.

Capitolo 3

Verifiche per ponteggi in acciaio

In questo capitolo sono esplicitate le verifiche svolte da *NextFEM Designer* per le travi/aste di materiale acciaio. Le verifiche sono specializzate nel caso di ponteggi come da norma UNI EN 12811-1.

Simboli utilizzati

A: Area
Jz: **inerzia rispetto all'asse Z della sezione**
Jy: **inerzia rispetto all'asse Y della sezione**
Jt: inerzia torsionale
D: diametro esterno sezione
b: base della sezione per tutte le sezioni generiche
h: altezza della sezione per tutte le sezioni generiche
tw: **spessore dell'anima**
tf1: spessore della flangia superiore
tf2: spessore della flangia inferiore
t: spessore delle sezioni per elementi piani
N: forza assiale
V: Taglio generico lungo un asse della sezione
Vy: Taglio lungo Y
Vz: Taglio lungo Z
Mt: Momento torcente
M: Momento generico attorno ad un asse della sezione
Myy: **Momento attorno all'asse Y**
Mzz: **Momento attorno all'asse Z**
Em: modulo di Young del materiale
Gm: modulo di taglio del materiale
Nlm: coefficiente di Poisson del materiale
fk: resistenza caratteristica del materiale
WelZ: modulo resistente in direzione Z
WelY: modulo resistente in direzione Y
WplZ: modulo resistente plastico in direzione Z
WplY: modulo resistente plastico in direzione Y
iz: **raggio d'inerzia per l'asse Z**
iy: **raggio d'inerzia per l'asse Y**
imin: **raggio d'inerzia minimo**

Elenco verifiche

Sono di seguito elencate le verifiche condotte per ogni asta/trave in materiale acciaio. Tutte le formule riportate sono esplicitate nei confronti del rapporto di utilizzazione della verifica, espresso in generale come:

$$\rho = \frac{E_d}{R_d} = \frac{E_d}{\frac{R_k}{\gamma_M}}$$

Con E_d azione sollecitante di progetto

R_d resistenza di progetto, pari a $\frac{R_k}{\gamma_M}$

R_k resistenza caratteristica del materiale

γ_M coefficiente parziale di sicurezza del materiale

⚠ ATTENZIONE: le verifiche riportate non supportano sezioni di classe 4

Valutazione della classe della sezione

Conservativamente, la classe di ogni sezione è valutata come la massima classe fra tutte le parti della sezione considerate puramente compresse.

Tipo sezione	Parte	Rapporto	Classe 1	Classe 2	Classe 3
Rettangolari		/			<i>sempre</i>
Doppio T, T, C	anima	$0.9(h-tf1)/tw$	33ε	38ε	42ε
	ali	$0.9(b/2-tw)/tf1$	9ε	10ε	14ε
Angolari	anima	h_{max}/te			15ε
	ali	$(b+h)/(2te)$			11.5ε
Box	anima	$(h-2te)/te$	9ε	10ε	14ε
	ali	$(b-2te)/te$	9ε	10ε	14ε
Tubi		D/te	$50\varepsilon^2$	$70\varepsilon^2$	$90\varepsilon^2$
Barre		/		<i>sempre</i>	
Generiche		/			<i>sempre</i>

$$\text{con } \varepsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}}$$

Il nome della colonna nel programma viene presentato fra parentesi (es. (StabilitàEuleriana)).

Trazione/compressione (Assiale)

Per trazione:

$$\rho_N = \frac{N}{N_{Rd}} = \frac{N}{\frac{Af_{yk}}{\gamma_{M0}}}$$

Per compressione (stabilità euleriana):

$$\rho_{Nb} = \frac{N}{N_{b,Rd}} = \frac{N}{\frac{\chi_{\min} Af_{yk}}{\gamma_{M1}}}$$

con χ_{\min} ottenuto da paragrafo 4.2.4.1.3.1 delle NTC2008. Le curve di instabilità sono scelte concordemente alla seguente tabella e sono determinate per sezioni laminare:

Tipo sezione	α_y	α_z	α_{LT}
Rettangolari	0.49	0.49	0.76
Doppio T, I	da 0.21 a 0.76	da 0.21 a 0.76	da 0.34 a 0.49
Angolari, C, T	0.49	0.49	0.76

Box	0.49	0.49	0.76
Tubi	0.49	0.49	0.76
Barre	0.49	0.49	0.76
Generiche	-	-	-

Taglio semplice (Taglio)

$$\rho_V = \frac{V}{V_{Rd}} = \frac{V}{\frac{A f_{yk}}{\gamma_{M0} \sqrt{3}}}$$

Flessione semplice (con interazione taglio/momento) (Flessione)

$$\rho_{Mrid} = \frac{M}{\alpha_{PL} \cdot W \cdot f_{yk} \cdot \cos(\rho_N)} = \frac{M}{M_{Rd} \cdot \cos(\rho_N)} \quad \text{se il taglio sollecitante non supera il 30\% di quello resistente plastico}$$

$$\rho_{Mrid} = \frac{M}{M_{Rd,red}}, \quad \text{con } M_{Rd,red} = M_{Rd} \left(1 - \min((2\rho_V - 1)^2, 1)\right) \quad \text{se il taglio sollecitante supera il 50\% di quello resistente, } M_{Rd,red} = M_{Rd} \text{ altrimenti.}$$

Tensoflessione biassiale (Tensoflessione_biax) e Pressoflessione con instabilità (Pressoflessione_inst)

Se l'elemento è compresso, le verifiche a instabilità sono eseguite secondo la procedura semplificata A delle NTC2008.

$$\rho_{MNb} = \frac{\rho_N}{\chi_{min}} + \frac{\rho_{M_y}}{r_{ridN_{cr}}} + \frac{\rho_{M_z}}{r_{ridN_{cr}}} \quad \text{con } r_{ridN_{cr}} = 1 - \frac{\rho_N \bar{\lambda}^2}{\gamma_{M0}}$$

Se l'elemento è teso:

$$\rho_{MNb} = \rho_N + \rho_{M_y} + \rho_{M_z}$$

Flesso-torsione (Flesso_torsione)

⚠ ATTENZIONE: Questa verifica non è eseguita per le sezioni tubolari di ponteggio.

$$\rho_{MTb} = \frac{M}{M_{b,Rd}} = \frac{M}{\frac{\chi_{LT} A \cdot W_{pl} \cdot f_k}{\gamma_{M1}}}$$

Per la flesso-torsione, il momento torcente di secondo ordine (contributo alla Vlasov) è sempre trascurato:

$$M_{cr} = \psi \frac{\pi}{L_0} \sqrt{EI_y \cdot GI_T} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L_0}\right)^2 \cdot \frac{EI_\omega}{GI_T}} \quad \text{con } I_\omega = 0$$

eccetto che per i seguenti tipi di sezione:

- Doppio T, I:
$$I_{\omega} = \frac{(h-t_f)^2}{4} I_y$$
- a C:
$$I_{\omega} = \frac{(h-t_f)^2 \cdot b^3 \cdot t_f}{12} \cdot \frac{2F+3}{F+6} \quad \text{con } F = \frac{h-t_f}{b}$$

Nel calcolo del momento critico, il coefficiente ψ viene forzato al valore di 1.127 se la trave presenta momenti nulli alle estremità. In ogni caso non può superare il valore di 1.285.

Flesso-torsione combinata (Flessotors_comb)

La verifica viene svolta secondo NTC2008, C4.2.4.1.3.3.1 Metodo A.

$$\rho_{MNb} = \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} + \frac{\rho_{M_y}}{\chi_{LT} \cdot r_{ridN_{cr}}} + \frac{\rho_{M_z}}{r_{ridN_{cr}}} \quad \text{e} \quad \rho_{MNb} = \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} + \frac{\rho_{M_y}}{r_{ridN_{cr}}} + \frac{\rho_{M_z}}{\chi_{LT} \cdot r_{ridN_{cr}}} \quad (\text{per sezioni ruotate})$$

Verifiche di deformabilità

Verifica di deformabilità delle membrature (Inflessione)

$$\rho_f = \frac{\sqrt{f_y^2 + f_z^2}}{\frac{L}{100}}$$

⚠ ATTENZIONE: la norma UNI EN 12811-1 prevede anche che la freccia totale sia inferiore ai 25mm. Per soddisfare tale requisito, il rapporto ρ_f viene presentato come il massimo fra il precedente e la seguente quantità:

$$\frac{\sqrt{f_y^2 + f_z^2}}{25mm}$$

⚠ ATTENZIONE: questo controllo non è eseguito per colonne o montanti.

Verifiche dei giunti

Le verifiche degli "elementi-giunti" presenti sono eseguite secondo la relazione:

$$\rho_{Sj} = \frac{F_{s1} + F_{s2}}{2F_{sd}} + \frac{F_p}{F_{pd}} + \frac{M_B}{2M_{Bd}}$$

con $F_{sd} = \frac{F_{sk}}{\gamma_{M0}}$ resistenza a taglio del giunto definita dall'utente tramite la variabile F_{sk}

$F_{pd} = \frac{F_{pk}}{\gamma_{M0}}$ resistenza alla separazione del giunto definita dall'utente tramite la variabile F_{pk}

$M_{Bd} = \frac{M_{Bk}}{\gamma_{M0}}$ resistenza a torsione/flessione del giunto definita dall'utente tramite la variabile M_{Bk} .

$F_{s1} + F_{s2} = \sqrt{V_y^2 + V_z^2}$ e $F_p = N$ se $N > 0$ (trazione).

Conservativamente, il momento M_B è calcolato come $M_B = \sqrt{M_y^2 + M_z^2 + M_T^2}$ per rappresentare sia la flessione di morsetti che il momento cruciforme per giunti ortogonali.
Per escludere un meccanismo dalla verifica impostare il rispettivo valore resistente a 0.

Le verifiche dei "nodi-giunti" presenti sono eseguite allo stesso modo ma con:

$$F_{s1} + F_{s2} = \sqrt{V_y^2 + N^2} \text{ e } F_p = N$$

Conservativamente, il momento M_B è calcolato come $M_B = \sqrt{M_y^2 + M_z^2 + M_T^2}$ per rappresentare sia la flessione di morsetti che il momento cruciforme per giunti ortogonali.
Per escludere un meccanismo dalla verifica impostare il rispettivo valore resistente a 0.

Allegato 1 – Esempio di verifica acciaio

Caratteristiche dell'acciaio

Tipo di acciaio: S := 355

$$f_u := \begin{cases} (360\text{MPa}) & \text{if } S = 235 \\ (430\text{MPa}) & \text{if } S = 275 \\ (510\text{MPa}) & \text{if } S = 355 \end{cases} = 510\text{MPa}$$

$$f_y := \begin{cases} (235\text{MPa}) & \text{if } S = 235 \\ (275\text{MPa}) & \text{if } S = 275 \\ (355\text{MPa}) & \text{if } S = 355 \end{cases} = 355\text{MPa}$$

Coefficienti parziali di sicurezza:

$$\begin{aligned} \gamma_{M0} &:= 1.1 & \gamma_{Mb} &:= 1.35 & (\text{bulloni}) \\ \gamma_{M1} &:= 1.1 & \gamma_{Ms_ult} &:= 1.25 & (\text{scorrimento}) \\ \gamma_{M2} &:= 1.25 & \gamma_{Mwca} &:= 1.35 & (\text{cordoni d'angolo}) \\ & & \gamma_{Mw1} &:= 1.05 & (\text{saldature di 1 classe}) \\ & & \gamma_{Mw2} &:= 1.2 & (\text{saldature di 2 classe}) \end{aligned}$$

Resistenza di progetto dell'acciaio:

$$f_d := \frac{f_y}{\gamma_{M0}} = 322.727\text{MPa}$$

Modulo elastico dell'acciaio:

$$E_m := 210000\text{MPa}$$

Coefficiente di Poisson per l'acciaio:

$$\nu_m := 0.3$$

Modulo di elasticità tangenziale

$$G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + \nu_m)} = 80769\text{MPa}$$

Densità acciaio:

$$\rho_m := 7850 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Caratteristiche sezione Tubo 48.3x2.9mm

$$t_e := 2.9\text{mm} \quad d_e := 48.3\text{mm} \quad d_i := d_e - 2 \cdot t_e = 42.5\text{mm}$$

$$A := \frac{\pi}{4} \cdot (d_e^2 - d_i^2) = 4.136 \times 10^{-4} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{yy} := \frac{\pi}{4} \cdot \left[\left(\frac{d_e}{2} \right)^4 - \left(\frac{d_i}{2} \right)^4 \right] = 1.07 \times 10^{-7} \cdot \text{m}^4 \quad I_{zz} := I_{yy}$$

$$I_T := 2 \cdot I_{yy} = 2.14 \times 10^{-7} \cdot \text{m}^4$$

$$W_{ely} := \frac{I_{yy}}{\frac{d_e}{2}} = 4.431 \times 10^{-6} \cdot \text{m}^3 \quad W_{elz} := \frac{I_{zz}}{\frac{d_e}{2}} = 4.431 \times 10^{-6} \cdot \text{m}^3$$

$$W_{ply} := \frac{1}{6} \cdot (d_e^3 - d_i^3) = 5.985 \times 10^{-6} \cdot \text{m}^3 \quad W_{plz} := W_{ply}$$

$$i_z := \sqrt{\frac{I_{zz}}{A}} = 16.084\text{mm} \quad i_y := \sqrt{\frac{I_{yy}}{A}} = 16.084\text{mm}$$

$$\text{Classe} := \begin{cases} 1 & \text{if } \frac{d_e}{t_e} \leq 50 \cdot \epsilon^2 \\ \text{otherwise} \\ 2 & \text{if } \frac{d_e}{t_e} \leq 70 \cdot \epsilon^2 \\ \text{otherwise} \\ 3 & \text{if } \frac{d_e}{t_e} \leq 90 \cdot \epsilon^2 \\ 4 & \text{otherwise} \end{cases} = 1$$

$$\epsilon := \sqrt{\frac{235}{\frac{f_y}{\text{MPa}}}} = 0.814$$

$$\alpha_{pl} := \min\left(1.25, \frac{W_{ply}}{W_{ely}}\right) = 1.25$$

Aree a taglio: $A_{vy} := 2 \cdot \frac{A}{\pi} = 2.633 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ $A_{vz} := 2 \cdot \frac{A}{\pi}$

Instabilità: $L_0 := 1.05 \text{ m}$ $\alpha_z := 0.49$ $\alpha_y := 0.49$ $\alpha_{LT} := 0.76$

Sollecitazioni Combinazione SLU1

$$\begin{aligned} N &:= 0.126480534672737 \text{ kN} & M_t &:= 0.0140105557737472 \text{ kN}\cdot\text{m} \\ V_y &:= -3.33613181114197 \text{ kN} & M_{yy} &:= 0.0250247745896448 \text{ kN}\cdot\text{m} \\ V_z &:= 0.00569306035257344 \text{ kN} & M_{zz} &:= -0.280873714843648 \text{ kN}\cdot\text{m} \\ M_{y1} &:= 0.0250247745896448 \text{ kN}\cdot\text{m} & M_{z1} &:= -0.280873714843648 \text{ kN}\cdot\text{m} \\ M_{y1} &:= 0.0264875532091392 \text{ kN}\cdot\text{m} & M_{z1} &:= 0.290141885169664 \text{ kN}\cdot\text{m} \\ dx &:= -0.000008 \text{ m} & dy &:= 0.00329626123501568 \text{ m} & dz &:= 0.000794948316168192 \text{ m} \end{aligned}$$

Compressione / trazione

$$N_{p1d} := f_y \frac{A}{\gamma_{M0}} = 133.487 \text{ kN}$$

$$\rho_N := \frac{|N|}{N_{p1d}} = 9.475 \times 10^{-4}$$

Taglio Combinato

$$V_{yz} := \sqrt{V_y^2 + V_z^2} = 3.336 \text{ kN}$$

$$V_{Rd} := \frac{A_{vy} \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 49.064 \text{ kN}$$

$$\rho_V := \frac{V_{yz}}{V_{Rd}} = 0.068$$

Flessione

$$M_{Rd} := \frac{\alpha_{pl} \cdot W_{ely} \cdot f_y}{\gamma_{M0}} = 1.787 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{yz} := \sqrt{M_{yy}^2 + M_{zz}^2} = 0.282 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$V_{pl03} := \begin{cases} \text{"verifica semplificata"} & \text{if } \rho_V \leq 0.3 \\ \text{"verifica COMPLETA"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"verifica semplificata"}$$

$$\rho_{sempM} := \frac{M_{yz}}{M_{Rd} \cdot \cos(\rho_N)} = 0.158$$

Taglio Separato

$$V_{Rdy} := \frac{A_{vy} \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 49.064 \text{ kN}$$

$$\rho_{Vy} := \frac{|V_y|}{V_{Rdy}} = 0.068$$

$$V_{Rdz} := \frac{A_{vz} \cdot f_y}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 49.064 \text{ kN}$$

$$\rho_{Vz} := \frac{|V_z|}{V_{Rdz}} = 1.16 \times 10^{-4}$$

Interazione M-V

$$\rho_{MVy} := \begin{cases} \min\left[2 \cdot \rho_{Vy} - 1, 1\right] & \text{if } \rho_{Vy} > 0.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} = 0$$

$$f_{yRy} := \max\left[(1 - \rho_{MVy}) \cdot f_y, 0\right] = 355 \text{ MPa}$$

$$\rho_{MVz} := \begin{cases} \min\left[2 \cdot \rho_{Vz} - 1, 1\right] & \text{if } \rho_{Vz} > 0.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} = 0$$

$$f_{yRz} := \max\left[(1 - \rho_{MVz}) \cdot f_y, 0\right] = 355 \cdot \text{MPa}$$

$$M_{rdY} := M_{Rd} \cdot \frac{f_y R_y}{f_y} = 1.787 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{rdZ} := M_{Rd} \cdot \frac{f_y R_z}{f_y} = 1.787 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$\rho_{MyY} := \frac{|M_{yy}|}{M_{rdY}} = 0.014$$

$$\rho_{MzZ} := \frac{|M_{zz}|}{M_{rdZ}} = 0.157$$

Pressoflessione semplificata

$$\rho_{MN} := \rho_N + \rho_{MyY} + \rho_{MzZ} = 0.172$$

Instabilità Euleriana

$$\lambda_1 := \pi \cdot \sqrt{\frac{E_m}{f_y}} = 76.409$$

$$\lambda_{aZ} := \frac{\frac{L_0}{i_z}}{\lambda_1} = 0.854$$

$$\lambda_z := \frac{L_0}{i_z} = 65.282$$

$$\varphi_z := \frac{1}{2} \left[1 + \alpha_z (\lambda_{aZ} - 0.2) + \lambda_{aZ}^2 \right] = 1.025$$

$$\chi_z := \frac{1}{\varphi_z + \sqrt{\varphi_z^2 - \lambda_{aZ}^2}} = 0.628$$

$$N_{bRdz} := \frac{\chi_z \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 83.842 \cdot \text{kN}$$

$$\rho_{NEz} := \frac{|N|}{N_{bRdz}}$$

Asse Y:

$$\lambda_{aY} := \frac{\frac{L_0}{i_y}}{\lambda_1} = 0.854$$

$$\lambda_y := \frac{L_0}{i_y} = 65.282$$

$$\varphi_y := \frac{1}{2} \left[1 + \alpha_y (\lambda_{aY} - 0.2) + \lambda_{aY}^2 \right] = 1.025$$

$$\chi_y := \frac{1}{\varphi_y + \sqrt{\varphi_y^2 - \lambda_{aY}^2}} = 0.628$$

$$N_{bRdy} := \frac{\chi_y \cdot A \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 83.842 \cdot \text{kN}$$

$$\rho_{NEy} := \frac{|N|}{N_{bRdy}} = 0.00151$$

Verifica combinata pressoflessione e instabilità di punta

$$\chi_{\min} := \min(\chi_y, \chi_z) = 0.628$$

$$N_{cr} := \frac{\pi^2 \cdot E_m \cdot A}{\lambda_z^2} = 201.157 \cdot \text{kN}$$

$$\rho_{NcrY} := \begin{cases} 1 - \frac{N}{N_{cr}} & \text{if } N \leq 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} = 1$$

$$\rho_{Ncrz} := \begin{cases} 1 - \frac{\rho_N \cdot \lambda_{aZ}^2}{\gamma_{M0}} & \text{if } N \leq 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} = 1$$

$$\rho_{MNb_semp} := \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} + \frac{\rho_{MyY}}{\rho_{NcrY}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} + \frac{\rho_{MzZ}}{\rho_{Ncrz}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} = 0.173 \quad \text{C4.2.32}$$

VERIFICA ELASTICA solo per sezioni circolari

$$r_e := \frac{d_e}{2} = 24.15 \cdot \text{mm} \quad r_i := \frac{d_i}{2} = 21.25 \cdot \text{mm}$$

$$\sigma_n := \frac{N}{A} - \frac{M_{yy}}{W_{ely}} + \frac{M_{zz}}{W_{elz}} = -68.734 \cdot \text{MPa}$$

$$\tau_{\max} := \frac{2 \cdot r_e \cdot M_t}{\pi (r_e^4 - r_i^4)} + \frac{4 \cdot V_{yz}}{3 \cdot A} \cdot \frac{(r_e^2 + r_e \cdot r_i + r_i^2)}{(r_e^2 + r_i^2)} = 17.669 \cdot \text{MPa}$$

$$\sigma_{id} := \sqrt{\sigma_n^2 + 3 \tau_{\max}^2} = 75.239 \cdot \text{MPa}$$

$$\rho_{id} := \frac{\sigma_{id}}{\frac{f_y}{\gamma_{M0}}} = 0.233$$

Instabilità flessione-torsionale per acciaio standard

N.B. Il contributo della torsione secondaria viene sempre trascurato.

$$\beta_{LT} := 1 \quad \lambda_{LT0} := 0.2 \quad \psi_y := \frac{M_{yI}}{M_{yI}} = 1.058$$

$$M_{BAy} := \begin{cases} -\psi_y & \text{if } |M_{yI}| < |M_{yI}| \\ -1 \\ \psi_y \end{cases} = -0.945 \quad I_w := 0$$

$$\psi_{Ty} := 1.75 - 1.05 \cdot M_{BAy} + 0.3 \cdot M_{BAy}^2 = 3.01 \quad \text{C4.2.31}$$

$$M_{crY} := \frac{\psi_{Ty} \cdot \pi}{L0} \cdot \sqrt{E_m \cdot I_{zz} \cdot G_m \cdot I_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L0}\right)^2 \cdot \frac{E_m \cdot I_w}{G_m \cdot I_T}} = 177.476 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad \text{C4.2.30}$$

$$\lambda_{LTy} := \sqrt{\frac{W_{ply} \cdot f_y}{M_{crY}}} = 0.109$$

$$\varphi_{LTy} := 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\lambda_{LTy} - \lambda_{LT0}) + \beta_{LT} \cdot \lambda_{LTy}^2 \right] = 0.472$$

$$k_{cy} := \begin{cases} 1 & \text{if } \psi_y = 1 \\ \text{otherwise} \\ \frac{1}{1.33 - 0.33 \cdot \psi_y} & \text{if } \psi_y < 1 \wedge \psi_y \geq -1 \\ 0.94 & \text{otherwise} \end{cases} = 0.94$$

$$f_{ty} := 1 - 0.5 \cdot (1 - k_{cy}) \left[1 - 2 \cdot (\lambda_{LTy} - 0.8)^2 \right] = 0.999 \quad 4.2.53$$

$$\chi_{LTy} := \min \left[1, \frac{1}{\lambda_{LTy}^2 \cdot f_{ty}}, \frac{1}{f_{ty} \left(\varphi_{LTy} + \sqrt{\varphi_{LTy}^2 - \beta_{LT} \cdot \lambda_{LTy}^2} \right)} \right] = 1 \quad 4.2.51$$

$$M_{bRdy} := \frac{\chi_{LTy} \cdot W_{ply} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 1.932 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad 4.2.50$$

$$\rho_{MbRdy} := \frac{|M_{yy}|}{M_{bRdy}} = 0.01295 \quad 4.2.49$$

$$\psi_z := \frac{M_{zI}}{M_{zI}} = -1.033$$

$$M_{BAz} := \begin{cases} -\psi_z & \text{if } |M_{zI}| < |M_{zI}| \\ -1 \\ \psi_z \end{cases} = 0.968$$

$$\psi_{Tz} := 1.75 - 1.05 \cdot M_{BAz} + 0.3 \cdot M_{BAz}^2 = 1.015 \quad \text{C4.2.31}$$

$$M_{crz} := \frac{\psi_{Tz} \cdot \pi}{L0} \cdot \sqrt{E_m \cdot I_{yy} \cdot G_m \cdot I_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L0}\right)^2 \cdot \frac{E_m \cdot I_w}{G_m \cdot I_T}} = 59.832 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad \text{C4.2.30}$$

$$\lambda_{LTz} := \sqrt{\frac{W_{plz} \cdot f_y}{M_{crz}}} = 0.188$$

$$\varphi_{LTz} := 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\lambda_{LTz} - \lambda_{LT0}) + \beta_{LT} \cdot \lambda_{LTz}^2 \right] = 0.513$$

$$k_{cz} := \begin{cases} 1 & \text{if } \psi_z = 1 \\ \text{otherwise} \\ \frac{1}{1.33 - 0.33 \cdot \psi_z} & \text{if } \psi_z < 1 \wedge \psi_z \geq -1 \\ 0.94 & \text{otherwise} \end{cases} = 0.94$$

$$f_{tz} := 1 - 0.5 \cdot (1 - k_{cz}) \left[1 - 2 \cdot (\lambda_{LTz} - 0.8)^2 \right] = 0.992 \quad 4.2.53$$

$$\chi_{LTz} := \min \left[1, \frac{1}{\lambda_{LTz}^2 \cdot f_{tz}}, \frac{1}{f_{tz} \left(\varphi_{LTz} + \sqrt{\varphi_{LTz}^2 - \beta_{LT} \cdot \lambda_{LTz}^2} \right)} \right] = 1 \quad 4.2.51$$

$$M_{bRdz} := \frac{\chi_{LTz} \cdot W_{plz} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 1.932 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad 4.2.50$$

$$\rho_{MbRdz} := \frac{|M_{zz}|}{M_{bRdz}} = 0.1454 \quad 4.2.49$$

$$M_{Ay} := \begin{cases} -M_{yI} & \text{if } |M_{yI}| > |M_{yJ}| \\ M_{yJ} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.026 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{By} := \begin{cases} M_{yJ} & \text{if } |M_{yI}| > |M_{yJ}| \\ -M_{yI} & \text{otherwise} \end{cases} = -0.025 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{yEqEd} := \max(0.6 \cdot M_{Ay} - 0.4 \cdot M_{By}, 0.4 \cdot M_{By}) = 0.0259 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad C4.2.35$$

$$\rho_{NFTy} := \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} + \frac{M_{yEqEd}}{M_{bRdy}} \cdot \frac{1}{\rho_{Ncry}} + \frac{\rho_{Mzz}}{\rho_{Ncrz}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} = 0.172 \quad C4.2.36$$

$$M_{Az} := \begin{cases} -M_{zI} & \text{if } |M_{zI}| > |M_{zJ}| \\ M_{zJ} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.29 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Bz} := \begin{cases} M_{zJ} & \text{if } |M_{zI}| > |M_{zJ}| \\ -M_{zI} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.281 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{zEqEd} := \max(|0.6 \cdot M_{Az} - 0.4 \cdot M_{Bz}|, |0.4 \cdot M_{Bz}|) = 0.11235 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad C4.2.35$$

$$\rho_{NFTz} := \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} + \frac{\rho_{Myy}}{\rho_{Ncry}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} + \frac{M_{zEqEd}}{M_{bRdz}} \cdot \frac{1}{\rho_{Ncrz}} = 0.074 \quad C4.2.36$$

Snellezza limite $s_L := \frac{L_0}{200 \cdot \min(i_z, i_y)} = 0.326$

Deflessioni $L := L_0 = 1.05 \text{ m}$

$$d_{\text{tot}} := \sqrt{d_y^2 + d_z^2} = 3.391 \cdot \text{mm} \quad \rho_{\text{def}} := \max \left(\frac{d_{\text{tot}}}{L}, \frac{d_{\text{tot}}}{25 \text{ mm}} \right) = 0.323$$

$$\sigma_{id} := \sqrt{\sigma_n^2 + 3\tau_{max}^2} = 75.239 \cdot \text{MPa}$$

$$\rho_{id} := \frac{\sigma_{id}}{\frac{f_y}{\gamma_{M0}}} = 0.233$$

Instabilità flessio-torsionale per acciaio standard

N.B. Il contributo della torsione secondaria viene sempre trascurato.

$$\beta_{LT} := 1 \quad \lambda_{LT0} := 0.2 \quad \psi_y := \frac{M_{yJ}}{M_{yI}} = 1.058$$

$$M_{BAy} := \begin{cases} -\psi_y & \text{if } |M_{yJ}| < |M_{yI}| \\ \frac{-1}{\psi_y} & \text{otherwise} \end{cases} = -0.945 \quad I_w := 0$$

$$\psi_{Ty} := 1.75 - 1.05 \cdot M_{BAy} + 0.3 \cdot M_{BAy}^2 = 3.01 \quad \text{C4.2.31}$$

$$M_{crY} := \frac{\psi_{Ty} \cdot \pi}{L0} \cdot \sqrt{E_m \cdot I_{zz} \cdot G_m \cdot I_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L0}\right)^2 \cdot \frac{E_m \cdot I_w}{G_m \cdot I_T}} = 177.476 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad \text{C4.2.30}$$

$$\lambda_{LTy} := \sqrt{\frac{W_{ply} \cdot f_y}{M_{crY}}} = 0.109$$

$$\varphi_{LTy} := 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} \cdot (\lambda_{LTy} - \lambda_{LT0}) + \beta_{LT} \cdot \lambda_{LTy}^2 \right] = 0.472$$

$$k_{cy} := \begin{cases} 1 & \text{if } \psi_y = 1 \\ \text{otherwise} \\ \frac{1}{1.33 - 0.33 \cdot \psi_y} & \text{if } \psi_y < 1 \wedge \psi_y \geq -1 \\ 0.94 & \text{otherwise} \end{cases} = 0.94$$

$$f_{ty} := 1 - 0.5 \cdot (1 - k_{cy}) \cdot \left[1 - 2 \cdot (\lambda_{LTy} - 0.8)^2 \right] = 0.999 \quad 4.2.53$$

$$\chi_{LTy} := \min \left[1, \frac{1}{\lambda_{LTy}^2 \cdot f_{ty}}, \frac{1}{f_{ty} \cdot \left(\varphi_{LTy} + \sqrt{\varphi_{LTy}^2 - \beta_{LT} \cdot \lambda_{LTy}^2} \right)} \right] = 1 \quad 4.2.51$$

$$M_{bRdy} := \frac{\chi_{LTy} \cdot W_{ply} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 1.932 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad 4.2.50$$

$$\rho_{MbRdy} := \frac{|M_{yy}|}{M_{bRdy}} = 0.01295 \quad 4.2.49$$

$$\psi_z := \frac{M_{zJ}}{M_{zI}} = -1.033$$

$$M_{BAz} := \begin{cases} -\psi_z & \text{if } |M_{zJ}| < |M_{zI}| \\ \frac{-1}{\psi_z} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.968$$

$$\psi_{Tz} := 1.75 - 1.05 \cdot M_{BAz} + 0.3 \cdot M_{BAz}^2 = 1.015 \quad C4.2.31$$

$$M_{crz} := \frac{\psi_{Tz} \cdot \pi}{L0} \cdot \sqrt{E_m \cdot I_{yy} \cdot G_m \cdot I_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L0} \right)^2 \cdot \frac{E_m \cdot I_w}{G_m \cdot I_T}} = 59.832 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad C4.2.30$$

$$\lambda_{LTz} := \sqrt{\frac{W_{plz} \cdot f_y}{M_{crz}}} = 0.188$$

$$\varphi_{LTz} := 0.5 \cdot \left[1 + \alpha_{LT} \cdot (\lambda_{LTz} - \lambda_{LT0}) + \beta_{LT} \cdot \lambda_{LTz}^2 \right] = 0.513$$

$$k_{cz} := \begin{cases} 1 & \text{if } \psi_z = 1 \\ \text{otherwise} \\ \frac{1}{1.33 - 0.33 \cdot \psi_z} & \text{if } \psi_z < 1 \wedge \psi_z \geq -1 \\ 0.94 & \text{otherwise} \end{cases} = 0.94$$

$$f_{tZ} := 1 - 0.5 \cdot (1 - k_{cZ}) \cdot \left[1 - 2 \cdot (\lambda_{LTZ} - 0.8)^2 \right] = 0.992 \quad 4.2.53$$

$$\chi_{LTZ} := \min \left[1, \frac{1}{\lambda_{LTZ}^2 \cdot f_{tZ}}, \frac{1}{f_{tZ} \cdot \left(\varphi_{LTZ} + \sqrt{\varphi_{LTZ}^2 - \beta_{LT} \cdot \lambda_{LTZ}^2} \right)} \right] = 1 \quad 4.2.51$$

$$M_{bRdz} := \frac{\chi_{LTZ} \cdot W_{plz} \cdot f_y}{\gamma_{M1}} = 1.932 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad 4.2.50$$

$$\rho_{MbRdz} := \frac{|M_{zz}|}{M_{bRdz}} = 0.1454 \quad 4.2.49$$

$$M_{Ay} := \begin{cases} -M_{yI} & \text{if } |M_{yI}| > |M_{yJ}| \\ M_{yJ} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.026 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{By} := \begin{cases} M_{yJ} & \text{if } |M_{yI}| > |M_{yJ}| \\ -M_{yI} & \text{otherwise} \end{cases} = -0.025 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{yEqEd} := \max(0.6 \cdot M_{Ay} - 0.4 \cdot M_{By}, 0.4 \cdot M_{By}) = 0.0259 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad C4.2.35$$

$$\rho_{NFTy} := \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} + \frac{M_{yEqEd}}{M_{bRdy}} \cdot \frac{1}{\rho_{Ncry}} + \frac{\rho_{Mzz}}{\rho_{Ncrz}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} = 0.172 \quad C4.2.36$$

$$M_{Az} := \begin{cases} -M_{zI} & \text{if } |M_{zI}| > |M_{zJ}| \\ M_{zJ} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.29 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{Bz} := \begin{cases} M_{zJ} & \text{if } |M_{zI}| > |M_{zJ}| \\ -M_{zI} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.281 \cdot \text{kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{zEqEd} := \max(|0.6 \cdot M_{Az} - 0.4 \cdot M_{Bz}|, |0.4 \cdot M_{Bz}|) = 0.11235 \cdot \text{kN} \cdot \text{m} \quad C4.2.35$$

$$\rho_{NFTz} := \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} + \frac{\rho_{Myy}}{\rho_{Ncry}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} + \frac{M_{zEqEd}}{M_{bRdz}} \cdot \frac{1}{\rho_{Ncrz}} = 0.074 \quad C4.2.36$$

Snellezza limite $s_L := \frac{L_0}{200 \cdot \min(i_z, i_y)} = 0.326$

Deflessioni $L := L_0 = 1.05 \text{ m}$

$$d_{\text{tot}} := \sqrt{d_y^2 + d_z^2} = 3.391 \cdot \text{mm} \quad \rho_{\text{def}} := \max\left(\frac{d_{\text{tot}}}{\frac{L}{100}}, \frac{d_{\text{tot}}}{25\text{mm}}\right) = 0.323$$

Capitolo 4

Verifiche per ponteggi in alluminio

In questo capitolo sono esplicitate le verifiche svolte da *NextFEM Designer* per le travi/aste di materiale alluminio (lega di alluminio). Le verifiche sono specializzate nel caso di ponteggi come da norma UNI EN 12811-1. Queste tipologie di verifiche fanno riferimento alla norma UNI EN 1999-1-1 (Eurocodice 9).

Simboli utilizzati

A: Area
Jz: **inerzia rispetto all'asse Z della sezione**
Jy: **inerzia rispetto all'asse Y della sezione**
Jt: inerzia torsionale
D: diametro esterno sezione
b: base della sezione per tutte le sezioni generiche
h: altezza della sezione per tutte le sezioni generiche
tw: **spessore dell'anima**
tf1: spessore della flangia superiore
tf2: spessore della flangia inferiore
t: spessore delle sezioni per elementi piani
N: forza assiale
V: Taglio generico lungo un asse della sezione
Vy: Taglio lungo Y
Vz: Taglio lungo Z
Mt: Momento torcente
M: Momento generico attorno ad un asse della sezione
My: **Momento attorno all'asse Y**
Mz: **Momento attorno all'asse Z**
Em: modulo di Young del materiale
Gm: modulo di taglio del materiale
N_m: coefficiente di Poisson del materiale
f_k: resistenza caratteristica del materiale
W_{elZ}: modulo resistente in direzione Z
W_{elY}: modulo resistente in direzione Y
W_{pIZ}: modulo resistente plastico in direzione Z
W_{pIY}: modulo resistente plastico in direzione Y
i_z: **raggio d'inerzia per l'asse Z**
i_y: **raggio d'inerzia per l'asse Y**
i_{min}: **raggio d'inerzia minimo**

Elenco verifiche

Sono di seguito elencate le verifiche condotte per ogni asta/trave in materiale alluminio. Tutte le formule riportate sono esplicitate nei confronti del rapporto di utilizzazione della verifica, espresso in generale come:

$$\rho = \frac{E_d}{R_d} = \frac{E_d}{\frac{R_k}{\gamma_M}}$$

Con E_d azione sollecitante di progetto

R_d resistenza di progetto, pari a $\frac{R_k}{\gamma_M}$

R_k resistenza caratteristica del materiale

γ_M coefficiente parziale di sicurezza del materiale

⚠ ATTENZIONE: le verifiche riportate non supportano sezioni di classe 4.

⚠ ATTENZIONE: nella lista di materiali *Alloy* nel programma sono riportate le leghe di alluminio più utilizzate. Prestare attenzione alle sigle per la scelta del materiale al fine di selezionare la lega più adatta agli elementi utilizzati.

SH - Lamiera (EN 485)

ST - Nastro (EN 485)

PL - Piastra (EN 485)

ET - Tubo estruso (EN 755)

EP - Profilati estrusi (EN 755)

ER/B - Tondi e barre estrusi (EN 755)

DT - Tubo trafilato (EN 754)

FO - Fucinati (EN 586)

Valutazione della classe della sezione

Conservativamente, la classe di ogni sezione è valutata come la massima classe fra tutte le parti della sezione considerate puramente compresse (*te* significa spessore della sezione).

Tipo sezione	Parte	Rapporto	Classe 1	Classe 2	Classe 3
Rettangolari		/			<i>sempre</i>
Doppio T, T, C	anima	$0.9(h-tf1)/tw$	$\beta1$	$\beta2$	$\beta3$
	ali	$0.9(b/2-tw)/tf1$	$\beta1$	$\beta2$	$\beta3$
Angolari	anima	h_{max}/te			$\beta3$
	ali	$(b+h)/(2te)$			$\beta3$
Box	anima	$(h-2te)/te$	$\beta1$	$\beta2$	$\beta3$
	ali	$(b-2te)/te$	$\beta1$	$\beta2$	$\beta3$
Tubi*		$3\sqrt{D/te}$	$\beta1$	$\beta2$	$\beta3$
Barre		/		<i>sempre</i>	
Generiche		/			<i>sempre</i>

I valori $\beta1$, $\beta2$, $\beta3$ vengono calcolati considerando i rapporti β/ϵ , riportati nella tabella sottostante, moltiplicati per il parametro ϵ definito come segue:

$$\epsilon = \sqrt{\frac{250}{f_0}}$$

Per le ali delle sezioni si fa riferimento ai coefficienti per le parti esterne, per le anime e pareti delle sezioni si fa invece riferimento ai coefficienti per le parti interne.

La normativa prevede coefficienti diversi per sezioni saldate e non saldate. La classificazione delle sezioni è stimata assumendo di default le sezioni senza saldature. È possibile forzare la variabile *welded=1* prima di eseguire le verifiche per considerare tutte le sezioni come saldate. Per forzare la verifica per sezioni saldate SOLO alle estremità delle travi, settare la variabile *weldedEnds=1*.

⚠ ATTENZIONE: per la verifica delle sezioni saldate, la procedura utilizza il valore f_0 dalla libreria *Alloy* del programma. Nel caso venisse utilizzato un materiale non di libreria, aggiungere la riga " $f_0HAZ=xxx$ " nella casella di testo della maschera *Verifiche*, con f_0HAZ in MPa.

	Classe di durabilità	Parte interna			Parte esterna		
		$\beta 1/\varepsilon$	$\beta 2/\varepsilon$	$\beta 3/\varepsilon$	$\beta 1/\varepsilon$	$\beta 2/\varepsilon$	$\beta 3/\varepsilon$
senza saldature	A	11	16	22	3	4.5	6
	B	13	16.5	18	3.5	4.5	5
con saldature	A	9	13	18	2.5	4	5
	B	10	13.5	15	3	3.5	4

Il nome della colonna nel programma viene presentato fra parentesi (es. (StabilitàEuleriana)). Nelle seguenti formule si fa riferimento a f_0 (o f_0HAZ) come f_{yk} .

Trazione/compressione (Assiale)

In trazione:

$$\rho_N = \frac{N}{N_{Rd}} = \frac{N}{\frac{A f_{yk}}{\gamma_{M0}}}$$

In compressione:

$$\rho_{Nb} = \frac{N}{N_{b,Rd}} = \frac{N}{\frac{\chi_{\min} A f_{yk}}{\gamma_{M1}}}$$

con χ_{\min} ottenuto da paragrafo 4.2.4.1.3.1 delle NTC2008. Le curve di instabilità sono scelte concordemente alla lega di alluminio selezionata, concordemente a quanto previsto dal prospetto 6.5 dell'Eurocodice 9. Il parametro k di prospetto 6.5 dell'Eurocodice 9 è sempre assunto pari a 1.

Taglio semplice (Taglio)

$$\rho_V = \frac{V}{V_{Rd}} = \frac{V}{\frac{A f_{yk}}{\gamma_{M0} \sqrt{3}}}$$

Flessione semplice (con interazione taglio/momento) (Flessione)

$$\rho_{Mrid} = \frac{M}{\alpha_{PL} \cdot W \cdot f_{yk} \cdot \cos(\rho_N)} = \frac{M}{M_{Rd} \cdot \cos(\rho_N)}$$

se il taglio sollecitante non supera il 30% di quello resistente
plastico

$$\rho_{Mrid} = \frac{M}{M_{Rd,red}}$$

con $M_{Rd,red} = M_{Rd} \left(1 - \min \left((2\rho_V - 1)^2, 1 \right) \right)$ se il taglio sollecitante supera il 50% di quello resistente, $M_{Rd,red} = M_{Rd}$ altrimenti.

Pressoflessione biassiale (Pressoflessione_inst) e tensoflessione biassiale (TensoFlessione_biax)

Se l'elemento è compresso, le verifiche a instabilità sono eseguite secondo la procedura semplificata A delle NTC2008.

$$\rho_{MNb} = \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} + \frac{\rho_{M_y}}{r_{ridN_{cr}}} + \frac{\rho_{M_z}}{r_{ridN_{cr}}} \quad \text{con } r_{ridN_{cr}} = 1 - \frac{\rho_N \bar{\lambda}^2}{\gamma_{M0}}$$

Se l'elemento è teso:

$$\rho_{MNb} = \rho_N + \rho_{M_y} + \rho_{M_z}$$

Flesso-torsione (Flesso_torsione)

⚠ ATTENZIONE: Questa verifica non è eseguita per le sezioni tubolari di ponteggio.

$$\rho_{MTb} = \frac{M}{M_{b,Rd}} = \frac{M}{\frac{\chi_{LT} A \cdot W_{pl} \cdot f_k}{\gamma_{M1}}}$$

Per la flesso-torsione, il momento torcente di secondo ordine (contributo alla Vlasov) è sempre trascurato:

$$M_{cr} = \psi \frac{\pi}{L_0} \sqrt{EI_y \cdot GI_T} \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L_0}\right)^2 \cdot \frac{EI_\omega}{GI_T}} \quad \text{con } I_\omega = 0$$

eccetto che per i seguenti tipi di sezione:

- Doppio T, I: $I_\omega = \frac{(h - t_f)^2}{4} I_y$
- a C: $I_\omega = \frac{(h - t_f)^2 \cdot b^3 \cdot t_f}{12} \cdot \frac{2F + 3}{F + 6}$ con $F = \frac{h - t_f}{b}$.

Nel calcolo del momento critico, il coefficiente ψ viene forzato al valore di 1.127 se la trave presenta momenti nulli alle estremità. In ogni caso non può superare il valore di 1.285. I valori relativi alle curve di instabilità sono desunti dal punto 6.3.2.2 dell'Eurocodice 9.

Flesso-torsione combinata (Flessotors_comb)

$$\rho_{MNb} = \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} + \frac{\rho_{M_y}}{\chi_{LT} \cdot r_{ridN_{cr}}} + \frac{\rho_{M_z}}{r_{ridN_{cr}}} \quad \text{e} \quad \rho_{MNb} = \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} + \frac{\rho_{M_y}}{r_{ridN_{cr}}} + \frac{\rho_{M_z}}{\chi_{LT} \cdot r_{ridN_{cr}}}$$

Verifiche di deformabilità

Verifica di deformabilità delle membrature (Inflessione)

$$\rho_f = \frac{\sqrt{f_y^2 + f_z^2}}{\frac{L}{100}}$$

⚠ ATTENZIONE: la norma UNI EN 12811-1 prevede anche che la freccia totale sia inferiore ai 25mm. Per soddisfare tale requisito, il rapporto ρ_f viene presentato come il massimo fra il precedente e la seguente quantità:

$$\frac{\sqrt{f_y^2 + f_z^2}}{25\text{mm}}$$

⚠ ATTENZIONE: questo controllo non è eseguito per colonne o montanti.

Verifiche dei giunti

Le verifiche dei giunti presenti sono eseguite secondo la relazione:

$$\rho_{Sj} = \frac{F_{s1} + F_{s2}}{2F_{sd}} + \frac{F_p}{F_{pd}} + \frac{M_B}{2M_{Bd}}$$

con $F_{sd} = \frac{F_{sk}}{\gamma_{M0}}$ resistenza a taglio del giunto definita dall'utente tramite la variabile Fsk

$F_{pd} = \frac{F_{pk}}{\gamma_{M0}}$ resistenza alla separazione del giunto definita dall'utente tramite la variabile Fpk

$M_{Bd} = \frac{M_{Bk}}{\gamma_{M0}}$ resistenza a torsione/flessione del giunto definita dall'utente tramite la variabile MBk .

$F_{s1} + F_{s2} = \sqrt{V_y^2 + V_z^2}$ e $F_p = N$ se $N > 0$ (trazione).

Conservativamente, il momento M_B è calcolato come $M_B = \sqrt{M_y^2 + M_z^2 + M_T^2}$ per rappresentare sia la flessione di morsetti che il momento cruciforme per giunti ortogonali.
Per escludere un meccanismo dalla verifica impostare il rispettivo valore resistente a 0.

Le verifiche dei "nodi-giunti" presenti sono eseguite allo stesso modo ma con:

$$F_{s1} + F_{s2} = \sqrt{V_y^2 + N^2} \text{ e } F_p = N$$

Conservativamente, il momento M_B è calcolato come $M_B = \sqrt{M_y^2 + M_z^2 + M_T^2}$ per rappresentare sia la flessione di morsetti che il momento cruciforme per giunti ortogonali.
Per escludere un meccanismo dalla verifica impostare il rispettivo valore resistente a 0.

Allegato 2 – Esempio di verifica alluminio

Caratteristiche dell'alluminio

Tipo da UNI EN 755-2:2008

Coefficienti parziali di sicurezza:

$$\gamma_{M0} := 1.1$$

$$\gamma_{M1} := 1.1$$

$$\gamma_{M2} := 1.25$$

Resistenza di progetto per t<5: $f_o := 250\text{MPa}$ $f_u := 290\text{MPa}$

Modulo elastico: $E_m := 70000\text{MPa}$

Coefficiente di Poisson: $\nu_m := 0.3$

Modulo di elasticità tangenziale $G_m := \frac{E_m}{2 \cdot (1 + \nu_m)} = 26923 \cdot \text{MPa}$

Densità: $\rho_m := 2700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$

Caratteristiche sezione Tubo 48.3x2.3mm

$$t_e := 2.3\text{mm} \quad d_e := 48.3\text{mm} \quad d_i := d_e - 2 \cdot t_e = 43.7\text{mm}$$

$$A := \frac{\pi}{4} \cdot (d_e^2 - d_i^2) = 3.324 \times 10^{-4} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{yy} := \frac{\pi}{4} \cdot \left[\left(\frac{d_e}{2} \right)^4 - \left(\frac{d_i}{2} \right)^4 \right] = 8.813 \times 10^{-8} \cdot \text{m}^4 \quad I_{zz} := I_{yy}$$

$$I_T := 2 \cdot I_{yy} = 1.763 \times 10^{-7} \cdot \text{m}^4$$

$$W_{ely} := \frac{I_{yy}}{\frac{d_e}{2}} = 3.649 \times 10^{-6} \cdot \text{m}^3 \quad W_{elz} := \frac{I_{zz}}{\frac{d_e}{2}} = 3.649 \times 10^{-6} \cdot \text{m}^3$$

$$W_{ply} := \frac{1}{6} \cdot (d_e^3 - d_i^3) = 4.871 \times 10^{-6} \cdot \text{m}^3 \quad W_{plz} := W_{ply}$$

$$i_z := \sqrt{\frac{I_{zz}}{A}} = 16.284 \cdot \text{mm} \quad i_y := \sqrt{\frac{I_{yy}}{A}} = 16.284 \cdot \text{mm}$$

$$\varepsilon := \sqrt{\frac{250}{\frac{f_o}{\text{MPa}}}} = 1 \quad \beta_\varepsilon := 3 \cdot \sqrt{\frac{d_e}{t_e}} \cdot \frac{1}{\varepsilon} = 13.748$$

$$\text{Classe} := \begin{cases} 1 & \text{if } \beta_\varepsilon \leq 13 \\ \text{otherwise} \\ 2 & \text{if } \beta_\varepsilon \leq 16.5 \\ \text{otherwise} \\ 3 & \text{if } \beta_\varepsilon \leq 18 \\ 4 & \text{otherwise} \end{cases} = 2$$

$$\alpha_{pl} := \min \left(1.25, \frac{W_{ply}}{W_{ely}} \right) = 1.25$$

Aree a taglio: $A_{vy} := 2 \cdot \frac{A}{\pi} = 2.116 \times 10^{-4} \text{ m}^2$ $A_{vz} := 2 \cdot \frac{A}{\pi}$
 Instabilità: $L_0 := 2.5\text{m}$ $\alpha_z := 0.2$ $\alpha_y := 0.2$ $\alpha_{LT} := 0.6$

Sollecitazioni Combinazione SLU1

$N := 0.05378\text{kN}$ $M_t := 0.04\text{kN}\cdot\text{m}$
 $V_y := -0.00466\text{kN}$ $M_{yy} := -0.07221\text{kN}\cdot\text{m}$
 $V_z := 0.06910\text{kN}$ $M_{zz} := 0.01081\text{kN}\cdot\text{m}$
 $M_{y1} := -0.07222\text{kN}\cdot\text{m}$ $M_{z1} := 0.01081\text{kN}\cdot\text{m}$
 $M_{yJ} := 0.07337\text{kN}\cdot\text{m}$ $M_{zJ} := -0.0195\text{kN}\cdot\text{m}$
 $dx := -8.97329330651136\text{E-}06\text{-m}$ $dy := 0.00329626123501568\text{-m}$ $dz := 0.000794948316168192\text{-m}$

Compressione / trazione 6.17, 6.20 - EC9

$N_{p1d} := f_o \cdot \frac{A}{\gamma_{M0}} = 75.541\text{-kN}$ $\rho_N := \frac{|N|}{N_{p1d}} = 7.119 \times 10^{-4}$

Taglio Combinato 6.2.6 - EC9

$V_{yz} := \sqrt{V_y^2 + V_z^2} = 0.069\text{-kN}$ $V_{Rd} := \frac{A_{vy} \cdot f_o}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 27.765\text{-kN}$
 $\rho_V := \frac{V_{yz}}{V_{Rd}} = 2.494 \times 10^{-3}$

Flessione

$M_{Rd} := \frac{\alpha_{pl} \cdot W_{ely} \cdot f_o}{\gamma_{M0}} = 1.037\text{-kN}\cdot\text{m}$ $M_{yz} := \sqrt{M_{yy}^2 + M_{zz}^2} = 0.073\text{-kN}\cdot\text{m}$

$V_{pl03} := \begin{cases} \text{"verifica semplificata"} & \text{if } \rho_V \leq 0.3 \\ \text{"verifica COMPLETA"} & \text{otherwise} \end{cases} = \text{"verifica semplificata"}$

$\rho_{sempM} := \frac{M_{yz}}{M_{Rd} \cdot \cos(\rho_N)} = 0.07$

Taglio Separato

$V_{Rdy} := \frac{A_{vy} \cdot f_o}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 27.765\text{-kN}$ $\rho_{Vy} := \frac{|V_y|}{V_{Rdy}} = 1.678 \times 10^{-4}$

$V_{Rdz} := \frac{A_{vz} \cdot f_o}{\sqrt{3} \cdot \gamma_{M0}} = 27.765\text{-kN}$ $\rho_{Vz} := \frac{|V_z|}{V_{Rdz}} = 2.489 \times 10^{-3}$

Interazione M-V 6.2.8 - EC9

$\rho_{MVy} := \begin{cases} \min\left[2 \cdot \rho_{Vy} - 1, 1\right] & \text{if } \rho_{Vy} > 0.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} = 0$ $f_{oRy} := \max\left[(1 - \rho_{MVy}) \cdot f_o, 0\right] = 250\text{-MPa}$

$\rho_{MVz} := \begin{cases} \min\left[2 \cdot \rho_{Vz} - 1, 1\right] & \text{if } \rho_{Vz} > 0.5 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} = 0$ $f_{oRz} := \max\left[(1 - \rho_{MVz}) \cdot f_o, 0\right] = 250\text{-MPa}$

$M_{rdY} := M_{Rd} \cdot \frac{f_{oRy}}{f_o} = 1.037\text{-kN}\cdot\text{m}$ $M_{rdZ} := M_{Rd} \cdot \frac{f_{oRz}}{f_o} = 1.037\text{-kN}\cdot\text{m}$

$\rho_{Myy} := \frac{|M_{yy}|}{M_{rdY}} = 0.07$ $\rho_{Mzz} := \frac{|M_{zz}|}{M_{rdZ}} = 0.01$

Pressoflessione semplificata

$$\rho_{MN} := \rho_N + \rho_{Myy} + \rho_{Mzz} = 0.081$$

Instabilità Euleriana

6.3.1 - EC9

$$\lambda_1 := \pi \cdot \sqrt{\frac{E_m}{f_o}} = 52.569 \quad \lambda_{aZ} := \frac{L_0}{i_z} = 2.92 \quad \lambda_z := \frac{L_0}{i_z} = 153.527$$

$$\varphi_z := \frac{1}{2} \left[1 + \alpha_z (\lambda_{aZ} - 0) + \lambda_{aZ}^2 \right] = 5.057 \quad \chi_z := \min \left(\frac{1}{\varphi_z + \sqrt{\varphi_z^2 - \lambda_{aZ}^2}}, 1 \right) = 0.109$$

$$\kappa := 1 \quad \omega_z := 1 \quad \omega_y := 1$$

$$N_{bRdz} := \frac{\kappa \cdot \chi_z \cdot \omega_z \cdot A \cdot f_o}{\gamma_{M1}} = 8.225 \text{ kN} \quad \rho_{NEz} := \frac{|N|}{N_{bRdz}} = 6.539 \times 10^{-3}$$

Asse Y:

$$\lambda_{aY} := \frac{L_0}{i_y} = 2.92 \quad \lambda_y := \frac{L_0}{i_z} = 153.527$$

$$\varphi_y := \frac{1}{2} \left[1 + \alpha_y (\lambda_{aY} - 0.2) + \lambda_{aY}^2 \right] = 5.037$$

$$\chi_y := \min \left(\frac{1}{\varphi_y + \sqrt{\varphi_y^2 - \lambda_{aY}^2}}, 1 \right) = 0.109$$

$$N_{bRdy} := \frac{\kappa \cdot \chi_y \cdot \omega_y \cdot A \cdot f_o}{\gamma_{M1}} = 8.265 \text{ kN} \quad \rho_{NEy} := \frac{|N|}{N_{bRdy}} = 0.00651$$

Verifica combinata pressoflessione e instabilità di punta

$$\chi_{\min} := \min(\chi_y, \chi_z) = 0.109 \quad N_{cr} := \frac{\pi^2 \cdot E_m \cdot A}{\lambda_z^2} = 9.742 \text{ kN}$$

$$\rho_{Ncry} := \begin{cases} 1 - \frac{\rho_N \cdot \lambda_{aY}^2}{\gamma_{M0}} & \text{if } N \leq 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} = 1 \quad \rho_{Ncrz} := \begin{cases} 1 - \frac{\rho_N \cdot \lambda_{aZ}^2}{\gamma_{M0}} & \text{if } N \leq 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases} = 1$$

$$\rho_{MNb_semp} := \frac{\rho_N \cdot \gamma_{M1}}{\chi_{\min} \cdot \gamma_{M0}} + \frac{\rho_{Myy} \cdot \gamma_{M1}}{\rho_{Ncry} \cdot \gamma_{M0}} + \frac{\rho_{Mzz} \cdot \gamma_{M1}}{\rho_{Ncrz} \cdot \gamma_{M0}} = 0.087$$

VERIFICA ELASTICA solo per sezioni circolari

$$r_e := \frac{d_e}{2} = 24.15 \text{ mm} \quad r_i := \frac{d_i}{2} = 21.85 \text{ mm}$$

$$\sigma_n := \frac{N}{A} - \frac{M_{yy}}{W_{ely}} + \frac{M_{zz}}{W_{elz}} = 22.91 \text{ MPa}$$

$$\tau_{\max} := \frac{2 \cdot r_e \cdot M_t}{\pi \cdot (r_e^4 - r_i^4)} + \frac{4 \cdot V_{yz}}{3 \cdot A} \cdot \frac{(r_e^2 + r_e \cdot r_i + r_i^2)}{(r_e^2 + r_i^2)} = 5.896 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{id} := \sqrt{\sigma_n^2 + 3 \tau_{\max}^2} = 25.084 \text{ MPa}$$

$$\rho_{id} := \frac{\sigma_{id}}{f_o} = 0.11$$

Instabilità flessio-torsionale

N.B. Il contributo della torsione secondaria viene sempre trascurato.

$$\lambda_{LTO} := 0.4 \quad \psi_y := \frac{M_{yJ}}{M_{yI}} = -1.016$$

$$M_{BAy} := \begin{cases} -\psi_y & \text{if } |M_{yJ}| < |M_{yI}| \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases} = 0.984 \quad I_w := 0$$

$$\psi_{Ty} := \min(1.75 - 1.05 \cdot M_{BAy} + 0.3 \cdot M_{BAy}^2, 1.285) = 1.007$$

$$M_{crY} := \frac{\psi_{Ty} \cdot \pi}{L0} \cdot \sqrt{E_m \cdot I_{zz} \cdot G_m \cdot I_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L0}\right)^2 \cdot \frac{E_m \cdot I_w}{G_m \cdot I_T}} = 6.849 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\lambda_{LTy} := \sqrt{\frac{W_{ply} \cdot f_o}{M_{crY}}} = 0.422$$

$$\varphi_{LTy} := 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\lambda_{LTy} - \lambda_{LT0}) + \lambda_{LTy}^2 \right] = 0.595$$

$$k_{cy} := \begin{cases} 1 & \text{if } \psi_y = 1 \\ \text{otherwise} \\ \frac{1}{1.33 - 0.33 \cdot \psi_y} & \text{if } \psi_y < 1 \wedge \psi_y \geq -1 \\ 0.94 & \text{otherwise} \end{cases} = 0.94$$

$$f_{Ty} := 1 - 0.5(1 - k_{cy}) \left[1 - 2(\lambda_{LTy} - 0.8)^2 \right] = 0.979$$

$$\chi_{LTy} := \min \left[1, \frac{1}{\lambda_{LTy}^2 \cdot f_{Ty}}, \frac{1}{f_{Ty} (\varphi_{LTy} + \sqrt{\varphi_{LTy}^2 - \lambda_{LTy}^2})} \right] = 1$$

$$M_{bRdy} := \frac{\chi_{LTy} \cdot W_{ply} \cdot f_o}{\gamma_{M1}} = 1.107 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\rho_{MbRdy} := \frac{|M_{yy}|}{M_{bRdy}} = 0.06523$$

$$\psi_z := \frac{M_{zJ}}{M_{zI}} = -1.804$$

$$M_{BAz} := \begin{cases} -\psi_z & \text{if } |M_{zJ}| < |M_{zI}| \\ \frac{-1}{\psi_z} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.554$$

$$\psi_{Tz} := \min(1.75 - 1.05 \cdot M_{BAz} + 0.3 \cdot M_{BAz}^2, 1.285) = 1.26$$

$$M_{crz} := \frac{\psi_{Tz} \cdot \pi}{L0} \cdot \sqrt{E_m \cdot I_{yy} \cdot G_m \cdot I_T} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{\pi}{L0}\right)^2 \cdot \frac{E_m \cdot I_w}{G_m \cdot I_T}} = 8.568 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\lambda_{LTz} := \sqrt{\frac{W_{plz} \cdot f_o}{M_{crz}}} = 0.377$$

$$\varphi_{LTz} := 0.5 \left[1 + \alpha_{LT} (\lambda_{LTz} - \lambda_{LT0}) + \lambda_{LTz}^2 \right] = 0.564$$

$$k_{cz} := \begin{cases} 1 & \text{if } \psi_z = 1 \\ \text{otherwise} \\ \frac{1}{1.33 - 0.33 \cdot \psi_z} & \text{if } \psi_z < 1 \wedge \psi_z \geq -1 \\ 0.94 & \text{otherwise} \end{cases} = 0.94$$

$$f_{Tz} := 1 - 0.5(1 - k_{cz}) \left[1 - 2(\lambda_{LTz} - 0.8)^2 \right] = 0.981$$

$$\chi_{LTz} := \min \left[1, \frac{1}{\lambda_{LTz}^2 \cdot f_{Tz}}, \frac{1}{f_{Tz} (\varphi_{LTz} + \sqrt{\varphi_{LTz}^2 - \lambda_{LTz}^2})} \right] = 1$$

$$M_{bRdz} := \frac{\chi_{LTz} \cdot W_{plz} \cdot f_o}{\gamma_{M1}} = 1.107 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\rho_{MbRdz} := \frac{|M_{zz}|}{M_{bRdz}} = 0.00977$$

$$M_{Ay} := \begin{cases} -M_{yI} & \text{if } |M_{yI}| > |M_{yJ}| \\ M_{yJ} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.073 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{By} := \begin{cases} M_{yJ} & \text{if } |M_{yI}| > |M_{yJ}| \\ -M_{yI} & \text{otherwise} \end{cases} = 0.072 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{yEqEd} := \max(|0.6 \cdot M_{Ay} - 0.4 \cdot M_{By}|, |0.4 \cdot M_{By}|) = 0.02888 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\rho_{NFTy} := \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} + \frac{M_{yEqEd}}{M_{bRdy}} \cdot \frac{1}{\rho_{Ncry}} + \frac{\rho_{Mzz}}{\rho_{Ncrz}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} = 0.043$$

$$M_{Az} := \begin{cases} -M_{zI} & \text{if } |M_{zI}| > |M_{zJ}| \\ M_{zJ} & \text{otherwise} \end{cases} = -0.02 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{Bz} := \begin{cases} M_{zJ} & \text{if } |M_{zI}| > |M_{zJ}| \\ -M_{zI} & \text{otherwise} \end{cases} = -0.011 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{zEqEd} := \max(|0.6 \cdot M_{Az} - 0.4 \cdot M_{Bz}|, |0.4 \cdot M_{Bz}|) = 0.00738 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$\rho_{NFTz} := \frac{\rho_N}{\chi_{\min}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} + \frac{\rho_{Myy}}{\rho_{Ncry}} \cdot \frac{\gamma_{M1}}{\gamma_{M0}} + \frac{M_{zEqEd}}{M_{bRdz}} \cdot \frac{1}{\rho_{Ncrz}} = 0.083$$

Snellezza limite $s_L := \frac{L_0}{200 \cdot \min(i_z, i_y)} = 0.768$

Deflessioni $L := L_0 = 2.5 \text{ m}$

$$d_{\text{tot}} := \sqrt{dy^2 + dz^2} = 3.391 \text{ mm} \quad \rho_{\text{def}} := \max\left(\frac{d_{\text{tot}}}{L}, \frac{d_{\text{tot}}}{25 \text{ mm}}\right) = 0.136$$